Fuzzy Logik in ICONNECT –
Theoretische Grundlagen und Modulbeschreibung

C. Jünger, B. Sick

Version 1.00

Lehrstuhl für Rechnerstrukturen

Prof. Dr.-Ing. W. Grass

UNIVERSITÄT PASSAU

Universität Passau, Lehrstuhl für Rechnerstrukturen, Mai 2000

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

Seit einigen Jahren werden nichtlineare Systeme immer häufiger mit Hilfe der sogenannten Fuzzy-Logik modelliert. Typische Anwendungsgebiete sind beispielsweise nichtlineare Regelung (Fuzzy Control), Prozeßüberwachung, Fehlerdiagnose, Klassifikation usw. Der vorliegende Bericht beschreibt die im Signalverarbeitungssystem ICONNECT (siehe z.B. [SBF$^+$98b, SBF$^+$98a]) vorhandenen Möglichkeiten zur Modellierung von Fuzzy-Systemen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf regelungstechnischen Anwendungen; der Einsatz in anderen Anwendungsgebieten ist jedoch genauso möglich.

Abschnitt 2 dieses Berichts beschäftigt sich mit den theoretischen Grundlagen von Fuzzy-Systemen; Abschnitt 3 beschreibt den Einsatz in regelungstechnischen Anwendungen. Der Inhalt dieser beiden Abschnitte ist stark an die Erläuterungen in [Kah95, NKK96] angelehnt. Als ergänzende Literaturstellen können [MSF97, ABA00] empfohlen werden. Abschnitt 4 schließlich beschreibt die in ICONNECT vorhandenen Module zur Implementierung von Fuzzy-Systemen im Detail.

2 Fuzzy-Systeme

Häufig werden nichtlineare Systeme (z.B. Regler) auf der Basis mathematischer Modelle entwickelt. Mangelnde Kenntnisse oder auch zu hoher Aufwand lassen die Entwicklung eines solchen Modells nicht immer zu. Aus eigener Erfahrung wissen wir aber, daß komplexe Regelungsaufgaben, wie etwa das Fahren eines Autos, auch ohne solche Kenntnisse praktisch lösbar sind.

In vielen Anwendungsgebieten läßt sich die Wissensakquisition, die Grundlage jeder kognitiven Analyse als Voraussetzung der Modellbildung ist, in Form von Meßwert-/Stellwertpaaren (oder allgemeiner: Paaren von Ein- und entsprechenden Ausgangsgrößen eines Systems) dokumentieren. Die Beobachtungsergebnisse können dann zur Bildung sogenannter linguistischer Regeln herangezogen werden. Solche Regeln sind beispielsweise von der Form: „**Wenn** das Auto *kurz* vor einem Hindernis ist **und** die Geschwindigkeit *hoch* ist, **dann** *stark* bremsen.“ Dabei repräsentieren die linguistischen Terme *kurz* und *hoch* in der Prämisse der Regel Werte für die Meßgrößen, und *stark* in der Konklusion gibt einen für diese Situation geeigneten Stellwert an.

Die gewählten Bezeichnungen können i.a. nicht mit einem genauen (scharfen) Zahlenwert assoziiert werden, sondern stehen für eine Menge von Zahlenwerten. Dabei können einige Zahlenwerte dieser Menge eindeutig mit den Begriffen assoziiert werden, bei anderen tut man sich damit schwerer.

2.1 Fuzzymengen und Fuzzifizierung

Üblicherweise werden Teilmengen T einer Grundmenge G durch *Auflistung* aller Elemente oder durch Angabe von *Prädikaten* P, d.h. von Eigenschaften, o.ä. festgelegt:

$$T \subset G$$

oder

$$T = \{x | P(x)\}.$$

Alternativ dazu kann man eine *charakteristische Funktion* oder *Zugehörigkeitsfunktion* $\mu_T(x)$ einführen, so daß gilt:

$$\mu_T(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \in T \\ 0 & \text{falls } x \in G \backslash T \end{cases} .$$

Beispiel 2.1
Eine charakteristische Funktion zur Repräsentation der Menge aller Personen, die größer als 170 cm sind, ist beispielsweise

$$\mu_T(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq 170 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} ,$$

mit $G = \mathbb{R}$. Für jede reelle Zahl kann man angeben, ob μ_T den Wert 1 oder 0 besitzt.

Will man aber allgemeiner den Begriff *groß* im Hinblick auf die Körpergröße eines erwachsenen Mannes charakterisieren, so ist eine derartige scharfe Zuordnung nicht sinnvoll. So ist beispielsweise nicht einzusehen, daß die Größen 1.695 und 1.705 unterschiedlich bewertet werden. In der Theorie der *Fuzzymengen* löst man das Problem dadurch, daß man Zugehörigkeitsgrade für die einzelnen Werte angibt, die jeweils zwischen 0 (gehört sicher nicht dazu) und 1 (gehört sicher dazu) liegen. Die in Abbildung 1 gezeigte charakteristische Funktion ist rein subjektiv und kann mit wechselndem Kontext (z.B. Basketballspieler) und wechselndem Betrachter (Arzt, Bekleidungshersteller usw.) anders ausfallen.

Definition 2.2 (Fuzzymenge)
Eine Fuzzymenge μ von X ist eine Funktion von einer Grundmenge X in das Einheitsintervall $[0, 1]$, d.h. $\mu : X \longrightarrow [0, 1]$.

Häufig wird auch μ als Zugehörigkeitsfunktion und $F = \{(x, \mu(x)) | x \in X\}$ als Fuzzymenge bezeichnet. Die beiden Definitionen sind aber gleichwertig, da eine Fuzzymenge F durch eine Zugehörigkeitsfunktion eindeutig definiert ist. Ein einzelnes Wertepaar $(x, \mu(x))$ heißt auch *Singleton*.

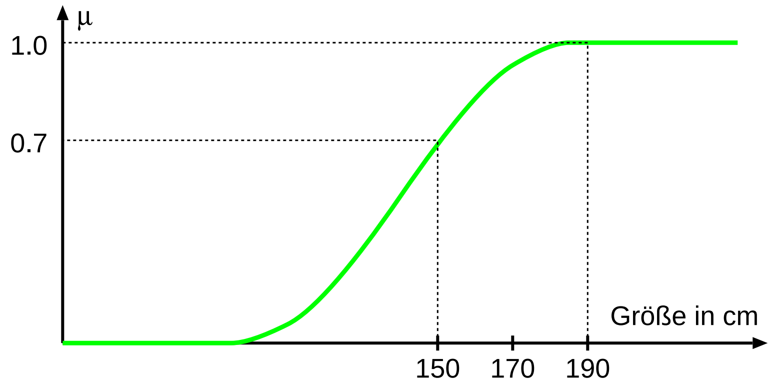

Abbildung 1: Eine charakteristische Funktion zur Repräsentation des vagen Prädikates *groß*

Außer für die Werte 0 und 1 wird keine konkrete Interpretation für die Zugehörigkeitsgrade angegeben. Es läßt sich also kaum begründen, warum man für ein bestimmtes Objekt etwa den Wert 0.7 statt 0.69 wählt.

Wir betrachten hier Fuzzymengen über der Grundmenge $\mathbb{R}$ oder einem reellen Intervall. Häufig werden die Fuzzymengen in Form von Funktionen angegeben, die durch Festlegung von problemspezifischen Parameterwerten aus allgemeineren Darstellungen hervorgehen.

Beispiel 2.3
Als Zugehörigkeitsfunktionen werden beispielsweise häufig Dreiecksfunktionen

$$y_{m,d}(x) = \begin{cases} 1 - \left|\frac{m-x}{d}\right| & \text{falls } m - d \leq x \leq m + d \\ 0 & \text{falls } x < m - d \text{ oder } x > m + d \end{cases}$$

mit $d, m \in \mathbb{R}$ und $d > 0$ verwendet. Der Wert m mit $y(m) = 1$ wird auch als *Modalwert* der Fuzzymenge bezeichnet.

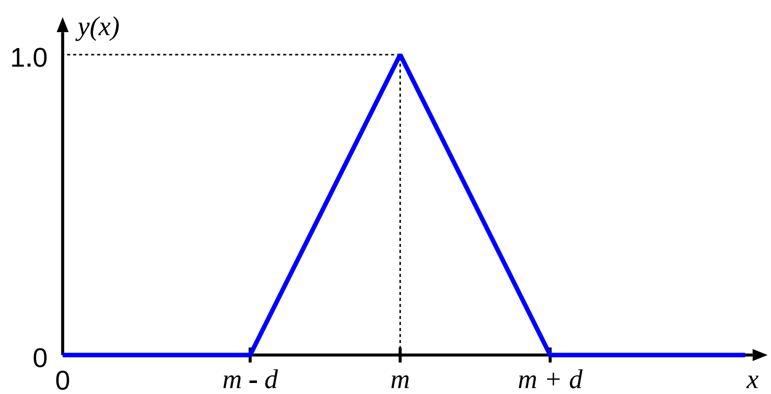

Abbildung 2: Verlauf einer typischen dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktion

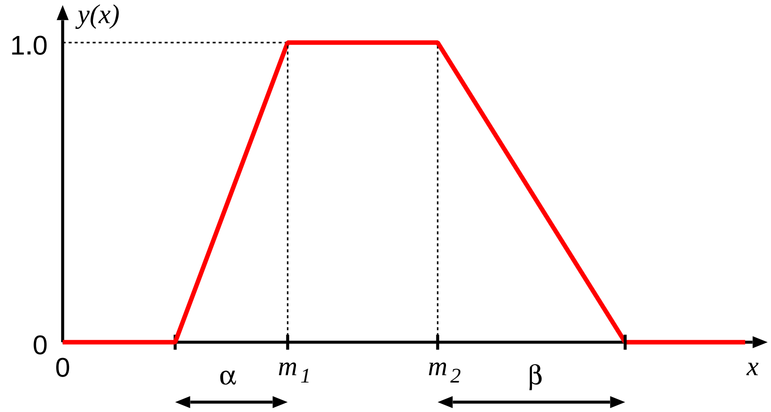

Abbildung 3: Verlauf einer typischen trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktion

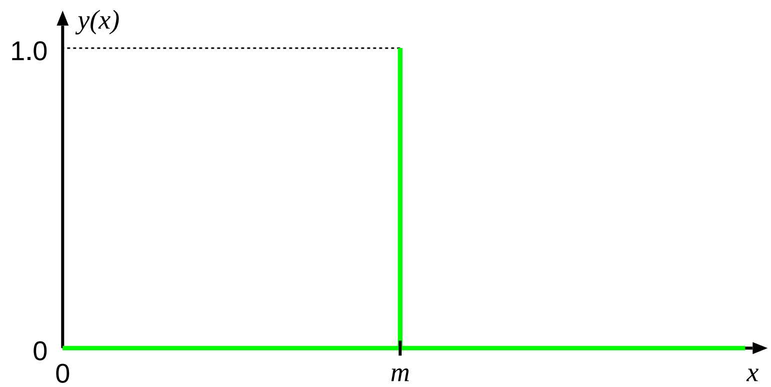

Abbildung 4: Verlauf eines typischen Singletons

Solche Verläufe eignen sich, um Aussagen der Art *etwa* m zu modellieren (siehe Abbildung 2). Anstelle dreieckförmiger Zugehörigkeitsfunktionen können beispielsweise auch trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen (siehe Abbildung 3) oder Singletons (siehe Abbildung 4) verwendet werden. Man sieht, daß die in Abbildung 2 dargestellte dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktion und das Singleton in Abbildung 4 Sonderfälle der trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktion sind (mit $m_1 = m_2 = m$ und $\alpha = \beta$ bzw. $\alpha = \beta = 0$).

Statt dieser Zugehörigkeitsfunktionen mit *linearen Flanken* können natürlich auch andere „impulsartige Funktionen“, wie etwa Gaußsche Glockenkurven verwendet werden, z.B.

$$\mu_{a,m}(x) = e^{\left(-a(x-m)^2\right)}$$

mit $a, m \in \mathbb{R}$ und $a > 0$. Aufgrund des höheren Rechenaufwands bei der Auswertung werden derartige Funktionen allerdings selten in praktischen Anwendungen eingesetzt.

Definition 2.4 (Support und Toleranz)
Ist μ eine Fuzzymenge in X, so heißt

$$S(\mu) = \{x \in X | \mu(x) > 0\}$$

der Support (Träger oder Einflußbreite) von μ und

$$T(\mu) = \{x \in X | \mu(x) = 1\}$$

die Toleranz von μ.

Für die dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktion (siehe Abbildung 2) sind also Support und Toleranz durch $[m - d, m + d]$ und m (Modalwert) gegeben, für die trapezförmige Zugehörigkeitsfunktion (siehe Abbildung 3) durch $[m_1 - \alpha, m_2 + \beta]$ und $[m_1, m_2]$. Beim Singleton entsprechen Support und Toleranz dem Modalwert m.

Ein umgangssprachlicher, „unscharfer“ Wert, wie z.B. *groß* für die Körpergröße eines Menschen, wird im folgenden als *linguistischer Term* bezeichnet, der zugrundeliegende physikalische Parameter, also hier die Körpergröße selbst, als *linguistische Variable*. Eine linguistische Variable wird im allgemeinen durch mehrere linguistische Terme beschrieben, deren Fuzzymengen den physikalischen Wertebereich der Variablen abdecken.

Beispiel 2.5

Für die Größe Druck definieren wir die folgenden linguistischen Terme: schwach, niedrig, normal, hoch, stark. Jeder Term sei durch eine Fuzzymenge über der Grundmenge $[0, 2000]$ definiert. Wir legen die in Abbildung 5 gezeigten Zuordnungen fest.

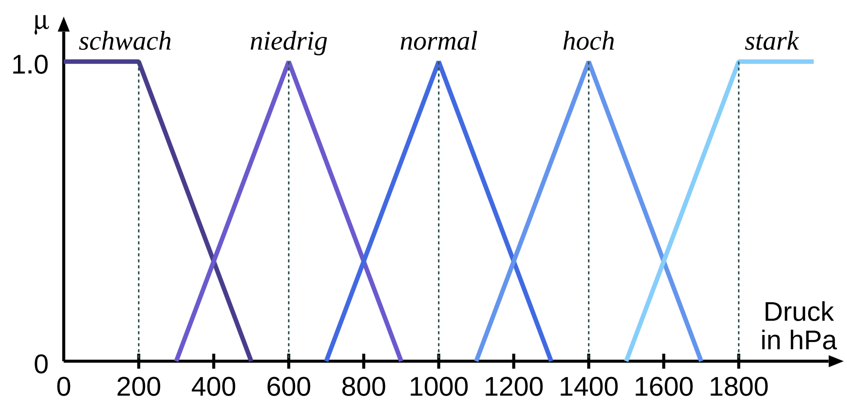

Abbildung 5: Charakteristische Funktionen für die linguistischen Terme *schwach*, *niedrig*, *normal*, *hoch*, *stark*

Aus Abbildung 5 entnimmt man, daß für einige Druckwerte unterschiedliche Zuordnungen möglich sind. Ein Druck von 400 kann beispielsweise als schwach oder als niedrig interpretiert werden. Für die Terme niedrig, normal und hoch werden dreieckförmige Zugehörigkeitsfunktionen, für schwach und stark trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen gewählt.

Für das Rechnen mit Fuzzymengen ist die funktionale oder vertikale Repräsentation einer Funktion $\mu : X \longrightarrow [0, 1]$ nicht immer günstig. In einigen Fällen ist eine horizontale Repräsentation einer Fuzzymenge anhand ihrer α-*Schnitte* vorzuziehen.

Definition 2.6 (α-Schnitt)
Der α-Schnitt ($\alpha \in [0,1]$) der Fuzzymenge μ ist die Menge aller Elemente, deren Zugehörigkeitsgrad zu μ mindestens α beträgt: Sei μ eine Fuzzymenge und $\alpha \in [0,1]$, dann heißt die Menge

$$[\mu]_\alpha = \{x \in X | \mu(x) \geq \alpha\}$$

der α-Schnitt von μ.

Beispiel 2.7
Es sei μ die in Abbildung 6 dargestellte Fuzzymenge auf $\mathbb{R}$. Das Intervall $[\mu]_\alpha$ für ein bestimmtes α ist ebenfalls dargestellt.

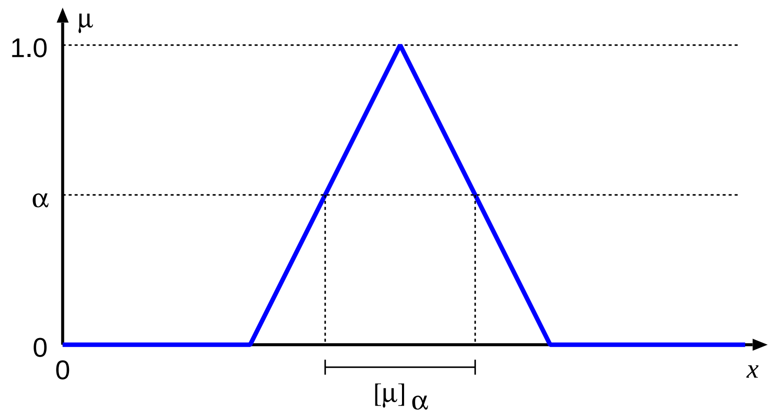

Abbildung 6: α-Schnitt einer Fuzzymenge μ

Aus der Kenntnis ihrer α-Schnitte läßt sich eine Fuzzymenge approximieren. Sei $\nu_{[\mu]\alpha}(x)$ eine charakteristische Funktion, so daß gilt

$$\nu_{[\mu]\alpha}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \in [\mu]_\alpha \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Dann ist

$$\mu(x) = \sup_{\alpha \in [0,1]} \left\{ \min\{\alpha, \nu_{[\mu]\alpha}(x)\} \right\} .$$

Zur Handhabung von Fuzzymengen in Rechnern beschränkt man sich auf eine endliche Menge von α-Schnitten (z.B. $\alpha \in \{0.1, 0.2, 0.3, ..., 0.9, 1\}$) und speichert diese ab.

Beispiel 2.8
Sei eine charakteristische Funktion μ durch α-Schnitte gegeben (siehe Abbildung 7):

$$\begin{aligned} \mu_{0.1} &= [3.1, 4.9], \\ \mu_{0.2} &= [3.2, 4.8], \\ \mu_{0.3} &= [3.3, 4.7], \\ \mu_{0.4} &= [3.4, 4.6]. \end{aligned}$$

Dann ist

$$\begin{aligned}
\mu(3.3) &= \sup_{\alpha\in[0,1]} \{\min\{0.1,1\},\min\{0.2,1\},\min\{0.3,1\},\min\{0.4,0\},\dots\} \\
&= \sup_{\alpha\in[0,1]} \{0.1,0.2,0.3,0,...\} \\
&= 0.3.
\end{aligned}$$

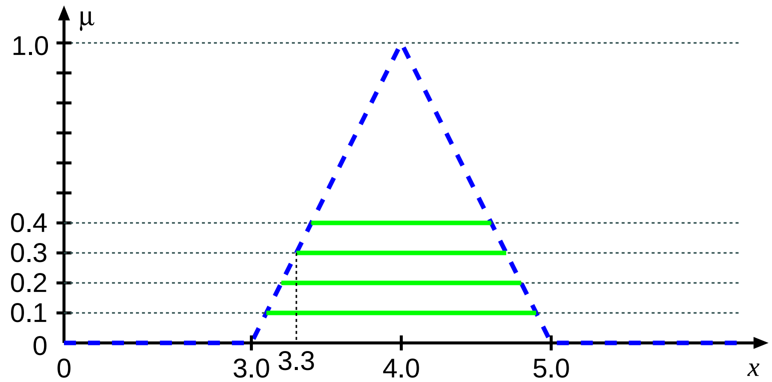

Abbildung 7: Repräsentation einer charakteristischen Funktion μ durch α-Schnitte

Um Nutzen aus dem Konzept der Fuzzymengen zu ziehen, müssen geeignete Operationen auf diesen Mengen definiert werden (z.B. Durchschnitt, Vereinigung, Komplement). Dabei setzen wir voraus, daß der Zugehörigkeitsgrad eines Objektes x zum Operationsergebnis ausschließlich von den Zugehörigkeitsgraden von x zu den Operanden abhängt. Dann ist beispielsweise der Zugehörigkeitsgrad von x zum Durchschnitt der Fuzzymengen μ und μ' eindeutig durch eine Funktion $\Pi : [0,1]^2 \longrightarrow [0,1]$ bestimmt:

$$(\mu \cap \mu')(x) = \Pi\left(\mu(x), \mu'(x)\right).$$

Dabei sollte Π so gewählt werden, daß gewisse Eigenschaften erfüllt sind. Funktionen, die Minimalanforderungen an einen Durchschnittsoperator erfüllen, nennt man *t-Normen*.

Definition 2.9 (t-Norm)
Eine Funktion $\top : [0,1]^2 \longrightarrow [0,1]$ heißt t-Norm, wenn sie die Bedingungen

(i) $\top(a,1) = a$ (Existenz eines neutralen Elementes)

(ii) $a \le b \implies \top(a,c) \le \top(b,c)$ (Monotonie)

(iii) $\top(a,b) = \top(b,a)$ (Kommutativität)

(iv) $\top(a,\top(b,c)) = \top(\top(a,b),c)$ (Assoziativität) erfüllt.

$\top$ ist monoton steigend in beiden Argumenten (wegen (ii) und (iii)) und es gilt $\top(a,0) = 0$. Bedingung (i) besagt, daß der Schnitt einer Fuzzymenge mit einer gewöhnlichen Menge dazu führt, daß der Zugehörigkeitsgrad erhalten bleibt, wenn das betrachtete Objekt zur gewöhnlichen Menge gehört. Bedingung (ii) garantiert, daß ein Zugehörigkeitsgrad zum Durchschnitt nicht kleiner werden kann, wenn eine Fuzzymenge μ statt mit μ' mit der „größeren“ Fuzzymenge μ'' (d.h. $\mu''(x) \geq \mu'(x)$ für alle x) geschnitten wird. Die Bedingungen (iii) und (iv) schließlich sind selbstverständliche Voraussetzungen für einen Durchschnittsoperator, da der Durchschnitt mehrerer Fuzzymengen unabhängig von der Reihenfolge sein sollte.

Dual zum Begriff der t-Norm wird der Begriff *t-Conorm* benutzt, der eine Verallgemeinerung von Vereinigungsoperatoren darstellt.

Definition 2.10 (t-Conorm)
Eine Funktion $\perp : [0,1]^2 \longrightarrow [0,1]$ heißt t-Conorm, wenn $\perp$ kommutativ, assoziativ und monoton steigend in beiden Argumenten ist (d.h. Bedingungen (ii) bis (iv) wie bei einer t-Norm), und anstelle von (i) dem Axiom

(i') $\perp(a,0) = a$ (Existenz eines neutralen Elementes)

genügt.

Definition 2.11 (Komplementbildung)
Die Funktion $n : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ mit $a \longrightarrow 1-a$ kann als verallgemeinerte Negation oder Komplementbildung verstanden werden.

t-Normen und t-Conormen sind duale Konzepte. Man erhält aus einer t-Norm $\top$ eine t-Conorm $\perp$ mittels

$$\perp(a,b) = 1 - \top(1-a, 1-b)$$

und umgekehrt

$$\top(a,b) = 1 - \perp(1-a, 1-b).$$

Tabelle 1 zeigt einige mehr oder weniger gebräuchliche t-Normen mit den dazugehörigen t-Conormen. Im folgenden wird die auch sonst häufig eingesetzte *Minimum/Maximum-Norm* verwendet:

$$\begin{aligned} \top(a,b) &= \min\{a,b\} \\ \perp(a,b) &= \max\{a,b\} \end{aligned}$$

UND t-Norm $\top(\mu_A(x), \mu_B(x))$	**ODER** t-Conorm $\perp(\mu_A(x), \mu_B(x))$
Minimum $\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$	Maximum $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$
Drastisches Produkt $\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ wenn $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = 1$ und 0 sonst	Drastische Summe $\max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$ wenn $\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = 0$ und 1 sonst
Abgeschnittene Differenz (Lukasiewicz-UND) $\max\{0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1\}$	Abgeschnittene Summe (Lukasiewicz-ODER) $\min\{1, \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$
Einstein-Produkt $\frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{2 - (\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x))}$	Einstein-Summe $\frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{1 + \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
Hamacher-Produkt $\frac{\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$	Hamacher-Summe $\frac{\mu_A(x) + \mu_B(x) - 2 \cdot \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}{1 - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)}$
Algebraisches Produkt $\mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$	Algebraische Summe $\mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x)$
Yager-Operator $1 - \min\left\{((1 - \mu_A(x))^p + (1 - \mu_B(x))^p)^{\frac{1}{p}}, 1\right\}$ mit $p \in \mathbb{R}^+$	Yager-Operator $\min\left\{(\mu_A(x)^p + \mu_B(x)^p)^{\frac{1}{p}}, 1\right\}$ mit $p \in \mathbb{R}^+$

Tabelle 1: t-Normen und t-Conormen

Beispiel 2.12
Beispiele für $\top_{\min}$ und $\perp_{\max}$ auf der Basis der Funktionen $\min$ und $\max$ sind in den Abbildungen 8 und 9 zu sehen.

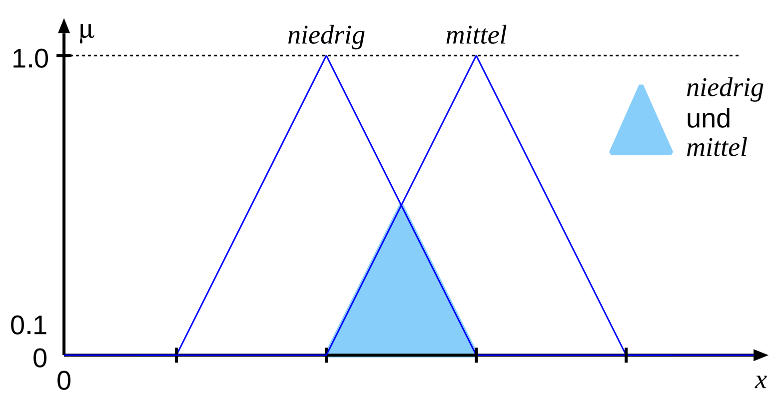

Abbildung 8: Beispiel für Durchschnittsbildung mit dem MIN-Operator

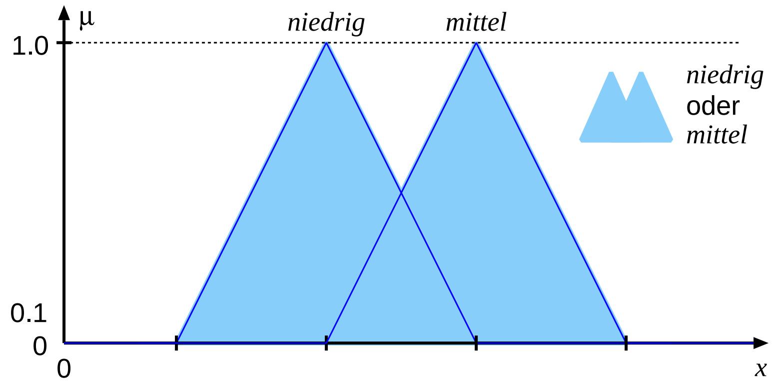

Abbildung 9: Beispiel für Vereinigungsbildung mit dem MAX-Operator

Neben den Operationen wie Durchschnitt, Vereinigung und Komplement für Fuzzymengen benötigt man noch den Begriff der Fuzzyrelation. Hierunter versteht man Fuzzymengen, deren Grundmenge ein kartesisches Produkt aus verschiedenen Grundmengen darstellt. Beispielsweise ist eine zweistellige Fuzzyrelation eine Abbildung $\varrho : X \times Y \longrightarrow [0,1]$. Der Wert $\varrho(x,y)$ gibt an, wie stark x in Relation zu y steht.

Die Operationen für Durchschnitt und Vereinigung sind also ein Sonderfall einer Fuzzyrelation, nämlich auf der Grundmenge $X \times X$.

Beispiel 2.13
$X = \{a,b,c,d\}$ beschreibe eine Menge von 4 Forschern, $Y = \{nn, es, fs\}$ beschreibe die Menge der Forschungsgebiete „Neuronale Netze“, „Expertensysteme“ und „Fuzzysysteme“. Die Fuzzyrelation $\mu_R : X \times Y \longrightarrow [0,1]$ beschreibt die Fuzzyrelation „ist Experte im Bereich“. μ_R sei durch Tabelle 2 gegeben.

μ_R	nn	es	fs
a	0.9	0.3	0.1
b	0.0	1.0	0.1
c	0.6	0.6	0.6
d	0.4	0.2	0.8

Tabelle 2: Beispiel für eine Fuzzyrelation

Der Wert $\mu_R(a, nn) = 0.9$ beispielsweise besagt, daß der Forscher a mit dem Grad 0.9 als Experte auf dem Gebiet der Neuronalen Netze bezeichnet werden kann. Dies ist selbstverständlich nicht gleich der Aussage, daß der Forscher a mit der Wahrscheinlichkeit 0.9 ein Experte auf dem Gebiet der Neuronalen Netze ist!

Fuzzyrelationen können auch dadurch entstehen, daß Fuzzymengen, die auf unterschiedlichen Grundmengen definiert sind, miteinander verknüpft werden. Dies erfolgt häufig durch Fuzzyregeln der Form „R : **Wenn** x = *niedrig* **und** y = *mittel*, **dann** ...“ Die

UND-Verknüpfung der unscharfen Aussagen stellt eine zweistellige Fuzzyrelation dar. Die Fuzzyrelation kann man nun z.B. unter Nutzung des MIN-Operators zur Modellierung der UND-Verknüpfung ermitteln zu

$$\mu_R(x, y) = \min\{\mu_{niedrig}(x), \mu_{mittel}(y)\}$$

Die Abbildungen 10, 11 und 12 zeigen eine graphische Veranschaulichung dieser Relation nach dem sogenannten *Erweiterungsprinzip*. Bei einer ODER-Verknüpfung wählt man entsprechend den MAX-Operator. Auch eine Verwendung anderer Normen wäre möglich.

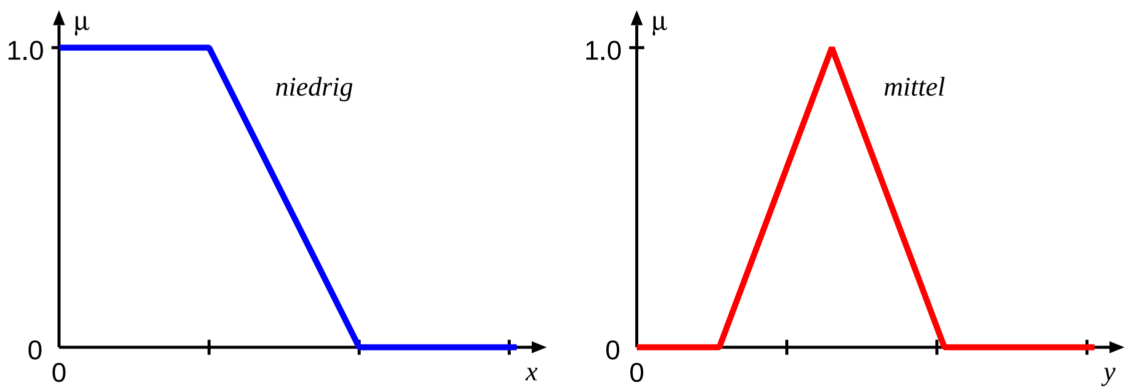

Abbildung 10: Bildung einer Relation durch MIN-Verknüpfungen von Fuzzymengen-Erweiterungen – 1: Definition von $\mu_{niedrig}(x)$ (blau) bzw. $\mu_{mittel}(y)$ (rot)

2.2 Fuzzy-Implikation und Fuzzy-Inferenz

Wir betrachten nun Regeln der Form „R : **Wenn** $x = A$ **dann** $y = B$", wobei A und B linguistische Terme sind. Prämisse und Konklusion der Regel sind also unscharfe Aussagen, und man benötigt eine Vorschrift für den Fall, daß die Prämisse mehr oder weniger wahr ist und daher auch die Konklusion mehr oder weniger gilt. Auch zur Modellierung dieser „unscharfen Implikation" (*Fuzzy-Implikation*) existieren eine Reihe von Operatoren.

Mit Hilfe der klassischen zweiwertigen Logik, wo $(p \implies q) \iff (\neg p \vee q)$ gilt, erhält man mit den bereits verwendeten Entsprechungen

$$\begin{array}{rcll} \neg A & \longrightarrow & 1 - \mu_A(x) & \text{(Komplement)}, \\ A \vee B & \longrightarrow & \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} & \text{(Vereinigung)} \end{array}$$

und als Analogon für die Implikation

$$A \implies B \longrightarrow \max\{1 - \mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

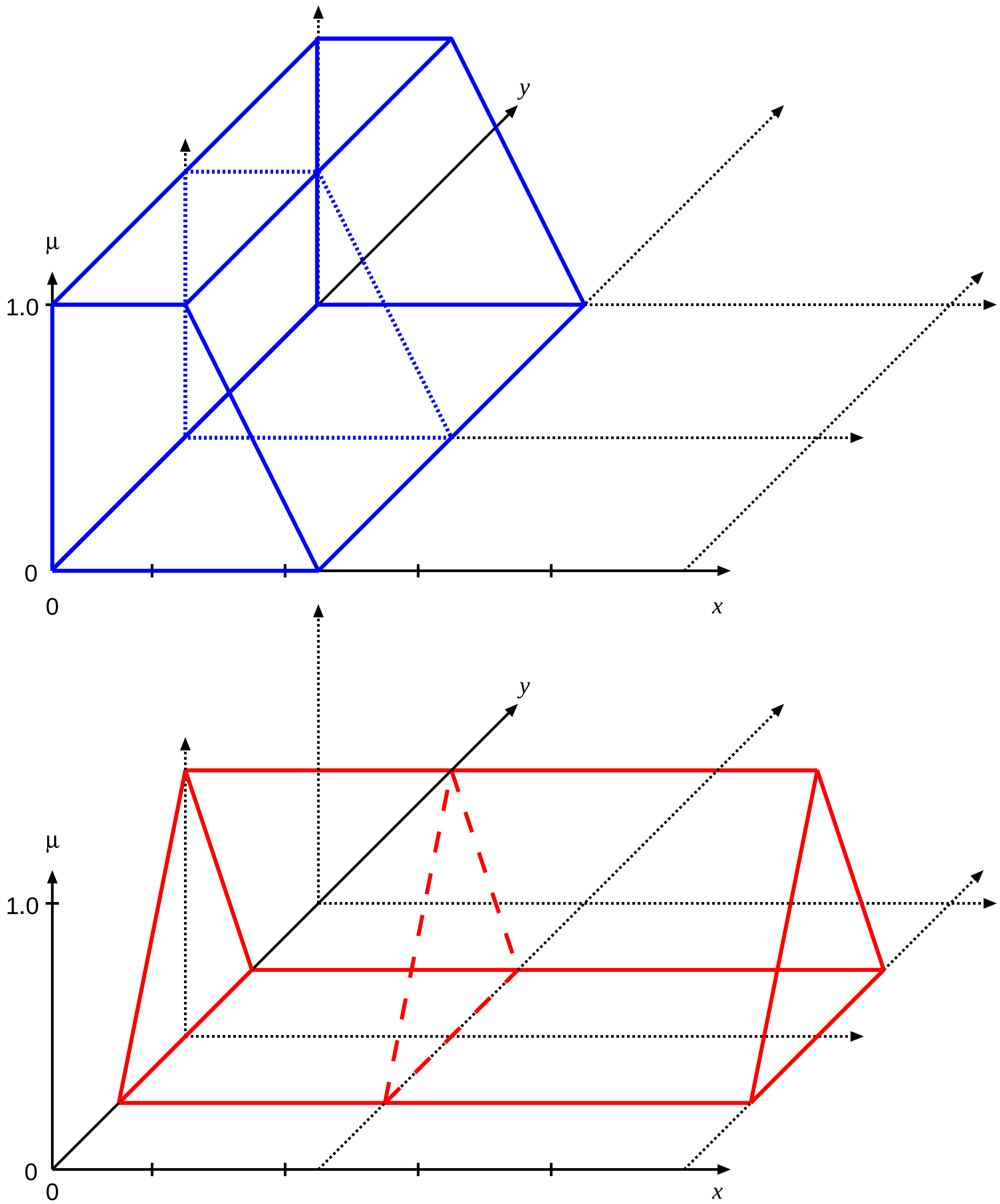

Abbildung 11: Bildung einer Relation durch MIN-Verknüpfungen von Fuzzymengen-Erweiterungen – 2: Erweiterung von $\mu_{niedrig}(x, y)$ (blau) bzw. Erweiterung von $\mu_{mittel}(x, y)$ (rot)

Diese Fuzzy-Implikation ist allerdings vor allem für regelungstechnische Zwecke nicht geeignet. Ist $\mu_A(x) = 0$, so hat man das übliche „Problem“ der Implikation, daß die Konklusion den Wahrheitswert 1 besitzt. Diese Eigenschaft hat Nachteile bei der Verknüpfung

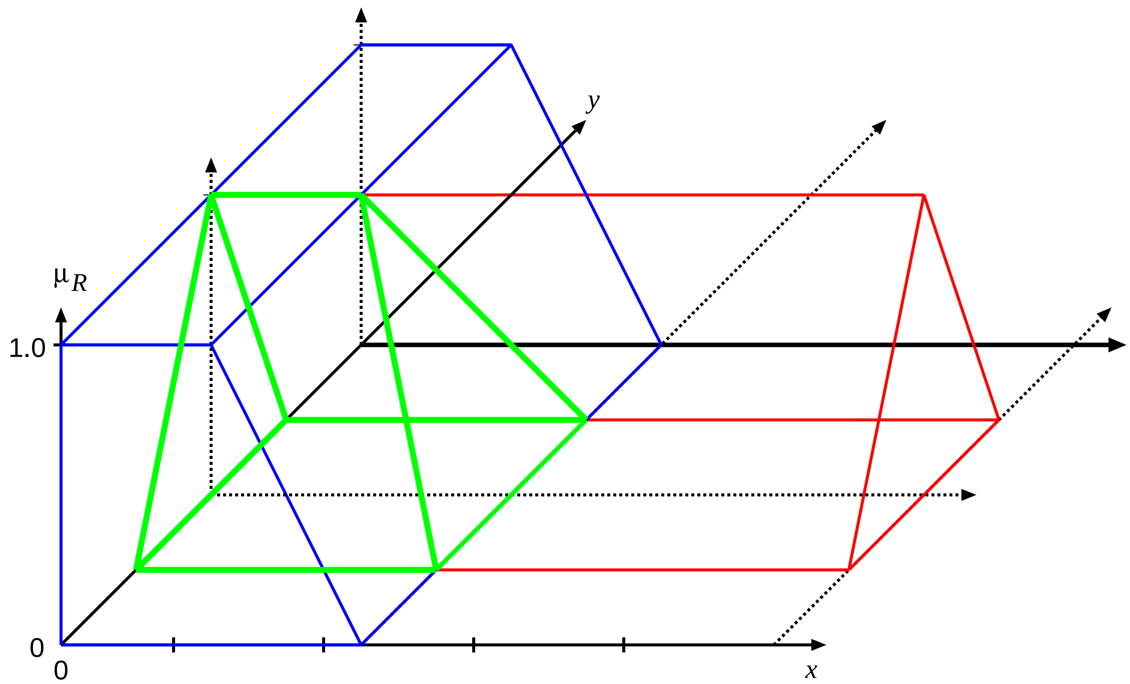

Abbildung 12: Bildung einer Relation durch MIN-Verknüpfungen von Fuzzymengen-Erweiterungen – 3: Resultierende Fuzzymenge $\mu_R(x, y)$ (grün)

mit weiteren Regeln.

Man wählt in der Regelungstechnik häufig die *Mamdani-Implikation*. Ihr liegt die Idee zugrunde, daß der Wahrheitsgehalt der Konklusion nicht größer sein sollte als der Wahrheitsgehalt der Prämisse:

$$\mu_{A \implies B}(x, y) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}.$$

Daneben wird häufig das *algebraische Produkt* verwendet:

$$\mu_{A \implies B}(x, y) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x).$$

Liegt der (später noch zu beschreibenden) Fuzzy-Inferenz eine Mamdani-Implikation zugrunde, so spricht man z.B. von *MAX-MIN-Inferenz*, bei Verwendung des algebraischen Produkts z.B. von *MAX-PROD-Inferenz*. Das „MAX“ in den Bezeichnungen erhält erst bei Verknüpfung mehrerer Regeln Bedeutung.

Weitere Implikationoperatoren, die allerdings selten verwendet werden, zeigt Tabelle 3.

Beispiel 2.14

Es können nun Regeln der Form „R : **Wenn** x = *niedrig* **dann** y = *hoch*“ ausgewertet werden. Abbildung 13 zeigt die hier zugrunde gelegten linguistischen Terme.

Bezeichnung	Fuzzy-Implikation
Zadeh-Implikation	$\max\{\min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, 1 - \mu_A(x)\}$
Lukasiewicz-Implikation	$\min\{1, 1 - \mu_A(x) + \mu_B(x)\}$
Kleene-Dienes-Implikation	$\max\{1 - \mu_A(x), \mu_B(x)\}$
Gödel-Implikation	1, wenn $\mu_A(x) < \mu_B(x)$ und $\mu_B(x)$ sonst
Sharp-Implikation	1, wenn $\mu_A(x) < \mu_B(x)$ und 0 sonst

Tabelle 3: Operatoren für Fuzzy-Implikation

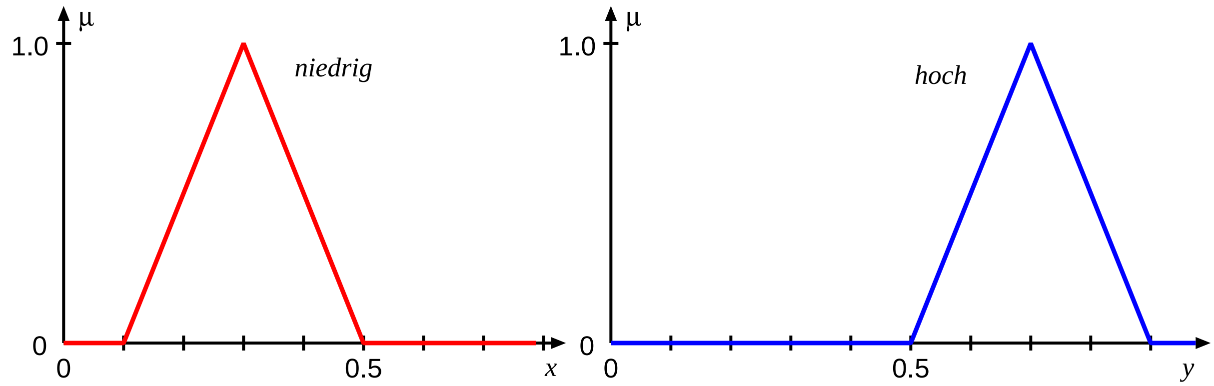

Abbildung 13: Linguistische Terme *niedrig* für x und *hoch* für y

Eine Diskretisierung dieser Fuzzymengen führt zur Darstellung der angegebenen Regel in einer Tabelle, z.B. mit den Stützstellen $x = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$ und $y = \{0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$ (siehe Tabelle 4 und Abbildung 14).

μ_R		y					$\mu_{niedrig}(x)$
		0.5	0.6	$\boxed{0.7}$	0.8	0.9	
	0.1	0	0	0	0	0	0
	$\boxed{0.2}$	0	0.5	$\boxed{0.5}$	0.5	0	$\boxed{0.5}$
x	0.3	0	0.5	1.0	0.5	0	1.0
	0.4	0	0.5	0.5	0.5	0	0.5
	0.5	0	0	0	0	0	0
$\mu_{hoch}(y)$		0	0.5	$\boxed{1.0}$	0.5	0	

Tabelle 4: Relationsmatrix zweier Fuzzymengen *niedrig* für x und *hoch* für y

Aus der Matrix ist beispielsweise abzulesen:

$$\begin{aligned} \mu_R(x = 0.2, y = 0.7) &= \min\{\mu_{niedrig}(0.2), \mu_{hoch}(0.7)\} \\ &= \min\{0.5, 1\} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

Hier wurde die MAX-MIN-Inferenz verwendet.

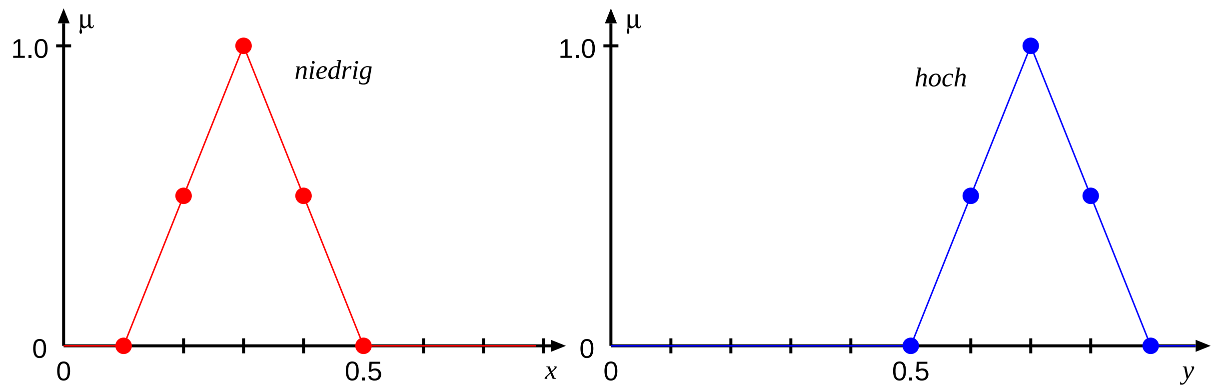

Abbildung 14: Diskretisierung der Fuzzymengen *niedrig* für x und *hoch* für y

Allgemein liefert die MAX-MIN-Inferenz für eine Regel der Form „R: **Wenn** $x = A$ **dann** $y = B$ " bei Vorliegen eines scharfen Eingangswertes $x = x'$ die Fuzzymenge (*Konklusions-Fuzzymenge*)

$$\mu_R(x', y) = \min\{\underbrace{\mu_A(x')}_{\text{scharfer Wert}}, \underbrace{\mu_B(y)}_{\text{Fuzzymenge}}\}$$

als Ergebnis.

Beispiel 2.15
Regel und linguistische Terme seien wie im vorherigen Beispiel definiert. Dann gilt z.B. für $x' = 0.2$ (siehe Tabelle 5 und Abbildung 15):

$$\begin{aligned} \mu_R(x' = 0.2, y) &= \min\{\mu_{niedrig}(0.2), \mu_{hoch}(y)\} \\ &= \min\{0.5, \mu_{hoch}(y)\} \end{aligned}$$

μ_R		y 0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	$\mu_{niedrig}(x)$
x	0.1	0	0	0	0	0	0
	$\boxed{0.2}$	$\boxed{0}$	$\boxed{0.5}$	$\boxed{0.5}$	$\boxed{0.5}$	$\boxed{0}$	0.5
	0.3	0	0.5	1.0	0.5	0	1.0
	0.4	0	0.5	0.5	0.5	0	0.5
	0.5	0	0	0	0	0	0
$\mu_{hoch}(y)$		0	0.5	1.0	0.5	0	

Tabelle 5: Inferenz für $x' = 0.2$ in der Relationsmatrix

Das Ergebnis ist hier also kein scharfer Wert, sondern der bei $\mu = 0.5$ abgeschnittene Bereich von $\mu_{hoch}(y)$ (zweite Zeile der Tabelle).

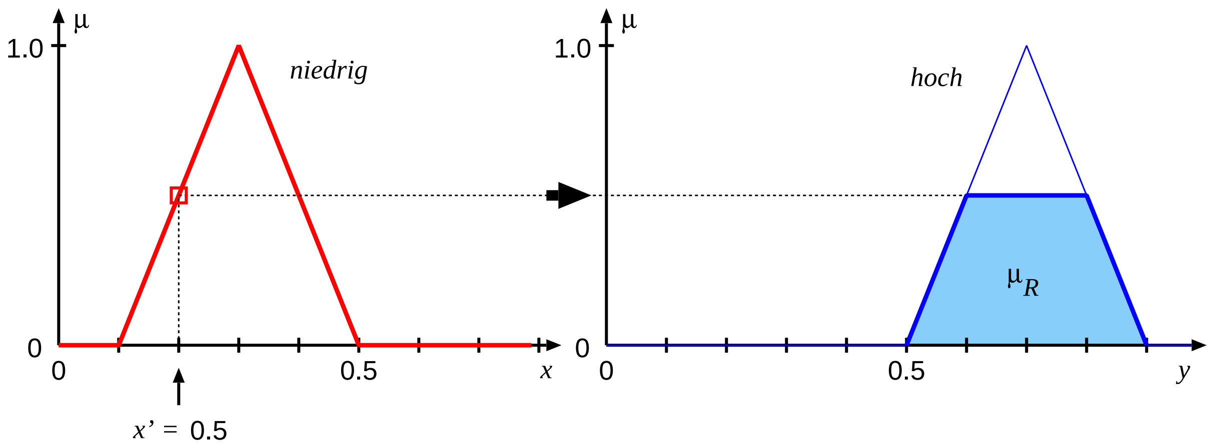

Abbildung 15: Inferenz für $x' = 0.2$ graphisch

Hat man im allgemeinen Fall eine Regel mit mehreren Teilprämissen, z.B.

$$R: \textbf{Wenn } x_1 = A_1 \textbf{ und } \ldots \textbf{ und } x_n = A_n \textbf{ dann } y = B$$

so ist für einen scharfen Satz von Eingangswerten $x'_1, ..., x'_n$ der *Erfüllungsgrad* H dieser Regel (d.h. der Prämisse) z.B. mit Hilfe des MIN-Operators zu bestimmen:

$$H = \min\{\mu_{A_1}(x'_1), \ldots, \mu_{A_n}(x'_n)\}$$

Eine Regel mit einem Erfüllungsgrad $H > 0$ heißt *aktiv*.

Im allgemeinen wird ein Regelsystem R aus mehreren Implikationsregeln bestehen, z.B.

$$\begin{aligned} R_1 &: \quad \textbf{Wenn } x = A \textbf{ dann } y = C \\ R_2 &: \quad \textbf{Wenn } x = B \textbf{ dann } y = B \end{aligned}$$

Dies entspricht einer ODER-Verknüpfung der Regeln, was z.B. mit dem MAX-Operator ausgedrückt werden kann. Für die Gesamtrelation gilt dann:

$$\mu_R(x, y) = \max\{\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(x, y)\}.$$

Beispiel 2.16
Der Satz von Regeln R sei gegeben durch

$$\begin{aligned} R_1 &: \quad \textbf{Wenn } x = \textit{ niedrig } \textbf{dann } y = \textit{ hoch}, \\ R_2 &: \quad \textbf{Wenn } x = \textit{ mittel } \textbf{dann } y = \textit{ mittel}. \end{aligned}$$

Abbildung 16 zeigt die linguistischen Terme für x und y.

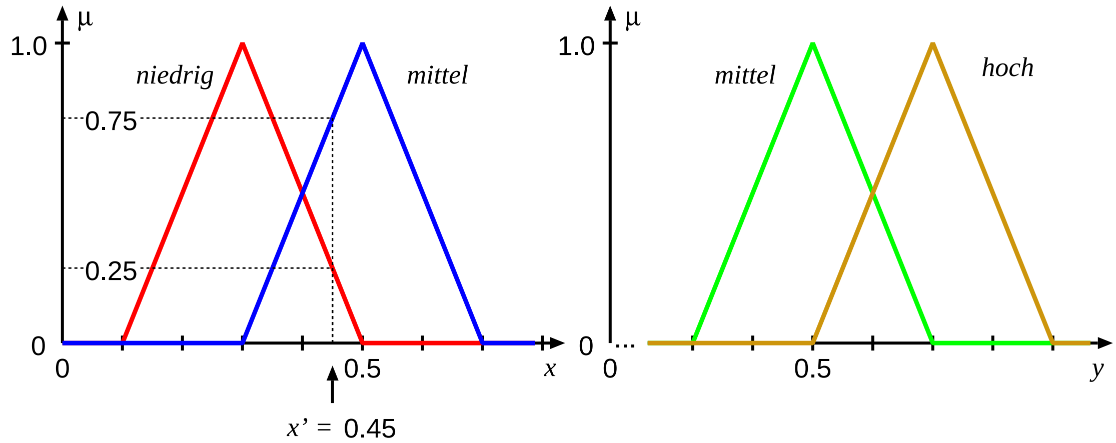

Abbildung 16: Linguistische Terme für x und y

Es gelte für den scharfen Eingangswert $x' = 0.45$:

$$\begin{aligned}
\mu_{x\,=\,\textit{niedrig}}(0.45) &= 0.25 \\
\mu_{x\,=\,\textit{mittel}}(0.45) &= 0.75
\end{aligned}$$

Für die beiden Regeln R_1 und R_2 sowie für R gilt dann (MAX-MIN-Inferenz):

$$\begin{aligned}
\mu_{R_1} &= \min\{0.25, \mu_{y\,=\,\textit{hoch}}(y)\}, \\
\mu_{R_2} &= \min\{0.75, \mu_{y\,=\,\textit{mittel}}(y)\}, \\
\mu_{R} &= \max\{\min\{0.25, \mu_{y\,=\,\textit{hoch}}(y)\}, \min\{0.75, \mu_{y\,=\,\textit{mittel}}(y)\}\}
\end{aligned}$$

In Abbildung 17 ist dieser Inferenzvorgang graphisch veranschaulicht.

Wählt man folgende Operatoren:

- den MIN-Operator für die UND-Verknüpfung,
- den MAX-Operator für die ODER-Verknüpfung und
- den MIN-Operator oder das algebraische Produkt für die Implikation,

dann läßt sich das Inferenzschema für den allgemeinen Fall einer Regelbasis mit mehreren Regeln wie folgt zusammenfassen:

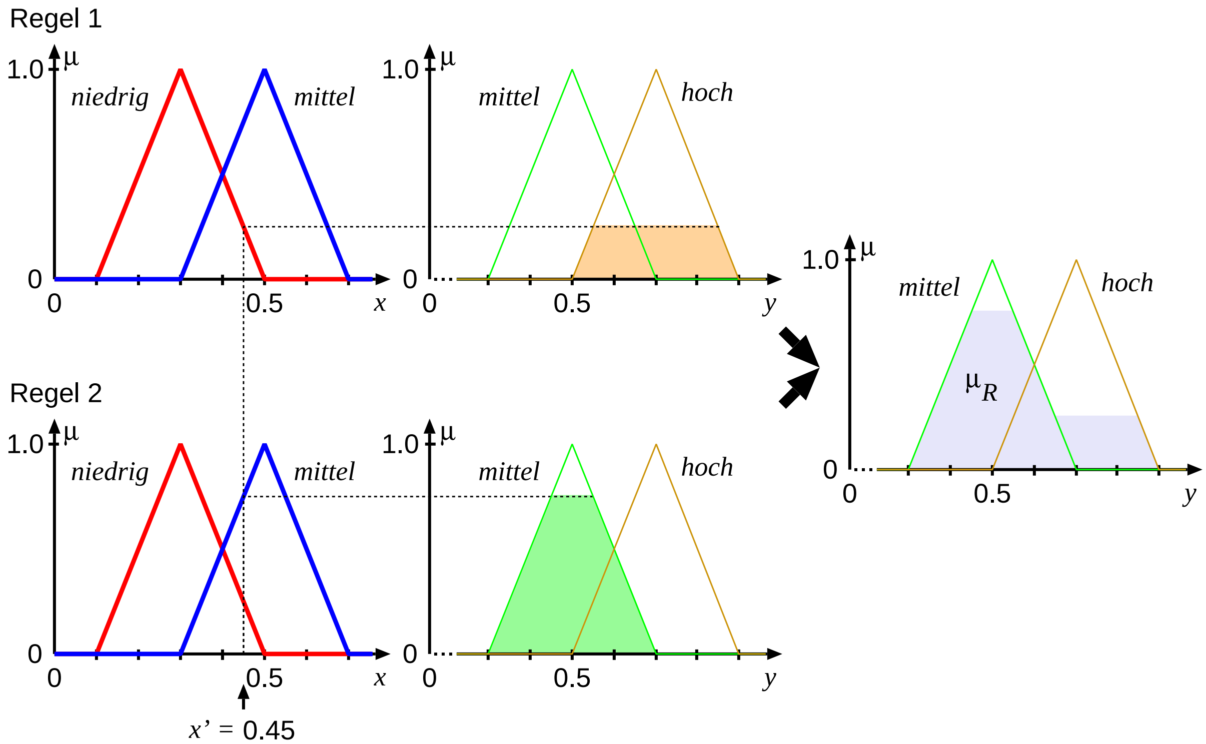

Abbildung 17: Inferenzvorgang (MAX-MIN) für den scharfen Eingangswert $x' = 0.45$

Gegeben seien die Regeln des Regelsystems R:

$$
\begin{array}{rcl}
R_1 & : & \textbf{Wenn } x_1 = A_{11} \ldots \textbf{ und } x_i = A_{1i} \ldots \textbf{ und } x_n = A_{1n} \textbf{ dann } y = B_1 \\
& \vdots & \\
R_j & : & \textbf{Wenn } x_1 = A_{j1} \ldots \textbf{ und } x_i = A_{ji} \ldots \textbf{ und } x_n = A_{jn} \textbf{ dann } y = B_j \\
& \vdots & \\
R_m & : & \textbf{Wenn } x_1 = A_{m1} \ldots \textbf{ und } x_i = A_{mi} \ldots \textbf{ und } x_n = A_{mn} \textbf{ dann } y = B_m
\end{array}
$$

Dabei seien

$x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_n$	Eingangsgrößen der Regel (linguistische Variablen),
$A_{1i}, \ldots, A_{ji}, \ldots, A_{jn}$	linguistische Terme der Eingangsgröße x_i,
y	Ausgangsgröße einer Regel (linguistische Variable),
$B_1, \ldots, B_j, \ldots, B_m$	linguistische Terme der Ausgangsgröße y.

Die Regelprämissen bestehen jeweils aus n Teilprämissen, so daß jede Regel eine $n+1$-stellige Fuzzyrelation darstellt. Die Gesamtrelation der Regelbasis entsteht durch Vereinigung aller m Fuzzyrelationen mittels des MAX-Operators:

$$R = R_1 \cup \ldots \cup R_j \cup \ldots \cup R_m.$$

Die Verknüpfung der Teilprämissen durch UND stellt keine Einschränkung dar, da man eine Regel mit ODER-verknüpften Teilprämissen jederzeit in mehrere Regeln der obigen Form aufsplitten kann. So lassen sich beispielsweise aus der Regel

$$R_{A,B} : \textbf{Wenn } (x_1 = \textit{ niedrig} \textbf{ oder } x_1 = \textit{ mittel}) \textbf{ und } x_2 = \textit{ hoch} \textbf{ dann } y = \textit{ mittel}$$

die beiden Regeln

$$\begin{array}{lcl} R_A & : & \textbf{Wenn } x_1 = \textit{ niedrig} \textbf{ und } x_2 = \textit{ hoch} \textbf{ dann } y = \textit{ mittel} \\ R_B & : & \textbf{Wenn } x_1 = \textit{ mittel} \textbf{ und } x_2 = \textit{ hoch} \textbf{ dann } y = \textit{ mittel} \end{array}$$

ableiten.

Für einen scharfen Satz von Eingangswerten

$$\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \ldots, x'_n)$$

läuft das Inferenzschema dann für das Regelsystem R (s.o.) wie folgt ab:

(1) Ermittlung des Erfüllungsgrades jeder Regel:

$$\begin{array}{rcl} H_1 & = & \min\{\mu_{A_{11}}(x'_1), \ldots \mu_{A_{1i}}(x'_i), \ldots \mu_{A_{1n}}(x'_n)\} \\ & \vdots & \\ H_j & = & \min\{\mu_{A_{j1}}(x'_1), \ldots \mu_{A_{ji}}(x'_i), \ldots \mu_{A_{jn}}(x'_n)\} \\ & \vdots & \\ H_m & = & \min\{\mu_{A_{m1}}(x'_1), \ldots \mu_{A_{mi}}(x'_i), \ldots \mu_{A_{mn}}(x'_n)\} \end{array}$$

Regeln mit einem Erfüllungsgrad $H_j > 0$ gelten als aktiv.

(2) Ermittlung der Ergebnis-Fuzzymenge B'_j jeder Regel. Sie ergibt sich bei MAX-MIN-Inferenz durch Abschneiden der Konklusions-Fuzzymenge B_j in der Höhe des Erfüllungsgrads H_j, bei MAX-PROD-Inferenz durch Multiplikation der Zugehörigkeitsfunktion von B_j mit dem Erfüllungsgrad. Für MAX-MIN-Inferenz ergibt sich also

$$\begin{array}{rcl} \mu_{B'_1}(y) & = & \min\{H_1, \mu_{B_1}(y)\} \\ & \vdots & \\ \mu_{B'_j}(y) & = & \min\{H_j, \mu_{B_j}(y)\} \\ & \vdots & \\ \mu_{B'_m}(y) & = & \min\{H_m, \mu_{B_m}(y)\} \end{array}$$

und für MAX-PROD-Inferenz

$$\begin{aligned}
\mu_{B'_1}(y) &= H_1 \cdot \mu_{B_1}(y) \\
&\vdots \\
\mu_{B'_j}(y) &= H_j \cdot \mu_{B_j}(y) \\
&\vdots \\
\mu_{B'_m}(y) &= H_m \cdot \mu_{Bm}(y)
\end{aligned}$$

Diese Berechnungen brauchen natürlich nur für aktive Regeln zu erfolgen.

(3) Ermittlung der resultierenden Ergebnis-Fuzzymenge B' der Regelsystems R durch Überlagerung der in Schritt 2 ermittelten Teilergebnisse $B'_1, \ldots, B'_j, \ldots, B'_m$ über den MAX-Operator:

$$\begin{aligned}
\mu_R(y) &= \mu_{B'}(y) \\
&= \max\{\mu_{B'_1}(y), \ldots, \mu_{B'_j}(y), \ldots, \mu_{B'_m}(y)\} \\
&= \max_{j=1,\ldots,m} \mu_{B'_j}(y)
\end{aligned}$$

Außer der MAX-MIN- bzw. MAX-PROD-Inferenz werden manchmal auch die SUM-MIN- bzw. SUM-PROD-Inferenz verwendet. Diese Inferenzarten basieren auf der Idee, daß mehrere aktive Regeln mit derselben Schlußfolgerung auch verstärkt in das Inferenzergebnis einfließen sollten. Bei MAX-MIN- bzw. MAX-PROD-Inferenz wird dagegen nur jeweils die Regel mit dem maximalen Erfüllungsgrad berücksichtigt. Daher werden die Inferenzbeiträge aller aktiven Einzelregeln, also die in der Höhe H_j abgeschnittenen bzw. mit H_j multiplizierten Konklusions-Fuzzymengen, nicht mit Hilfe des MAX-Operators überlagert, sondern aufsummiert. Dabei kann eine resultierende Fuzzymenge mit Zugehörigkeitsgraden größer als Eins entstehen, was aber für die nachfolgende Defuzzyfizierung keine Rolle spielt.

Abbildung 18 stellt die vier genannten Inferenzmechanismen anhand eines Beispiels gegenüber.

2.3 Defuzzifizierung

Ergebnis eines Inferenzvorganges ist eine resultierende Fuzzymenge mit einer Zugehörigkeitsfunktion $\mu_R(y)$. Aufgabe der *Defuzzifizierung* ist es, aus einer derartigen Fuzzymenge einen „sinnvollen" scharfen Ausgangswert y' zu generieren. Hierfür existieren verschiedene Verfahren. Diese sind im folgenden beschrieben, wobei die MAX-MIN-Inferenz zugrunde gelegt wurde. Bei Verwendung anderer Inferenzmechanismen ist die Vorgehensweise analog.

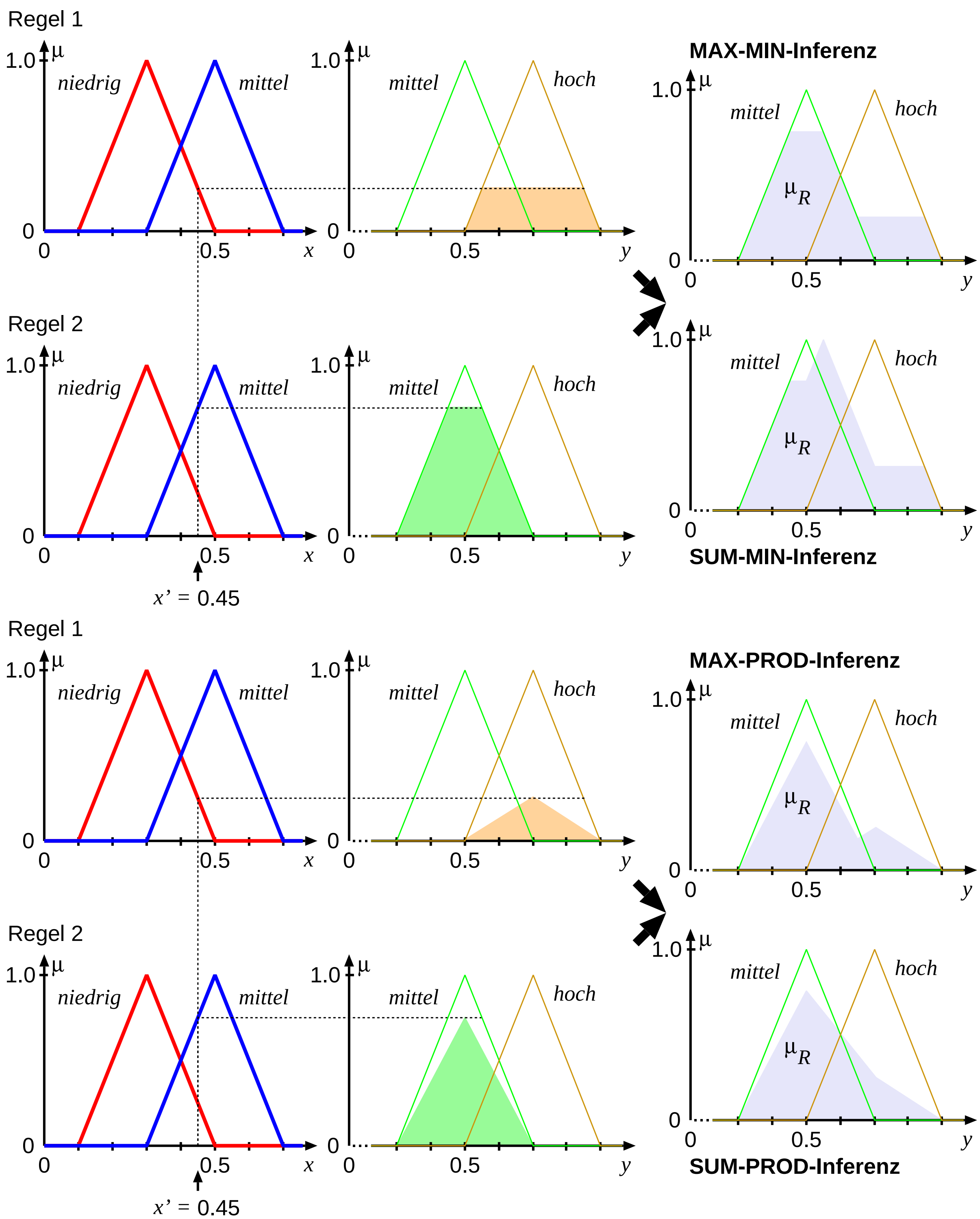

Abbildung 18: Inferenzvorgange für den scharfen Eingangswert $x' = 0.45$ bei verschiedenen Inferenzmechanismen

Maximum-Methoden

Zur Ermittlung des scharfen Ausgangswertes y' wird lediglich die Regel mit maximalem Erfüllungsgrad herangezogen (siehe Abbildung 19). Für y' gilt hier also $y' \in [y_1, y_2]$.

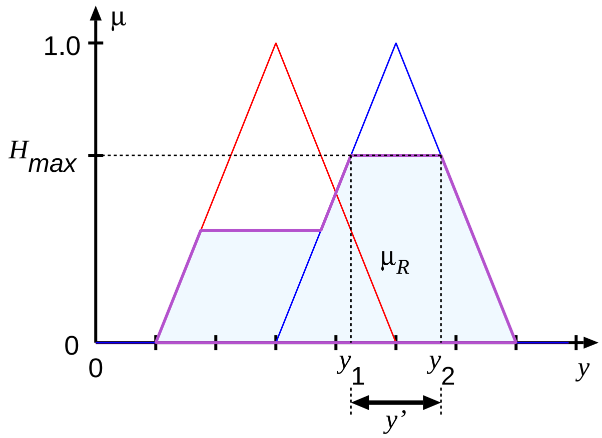

Abbildung 19: Bereich scharfer Ausgangswerte bei Maximum-Methoden

- Variante 1: Wahl des Mittelwertes
  Bei dieser gebräuchlichsten Variante der Maximum-Methoden gilt für den scharfen Ausgangswert: $y' = \frac{y_1+y_2}{2}$.

- Variante 2: Wahl des linken Randpunktes („first of maxima“ oder *lineare linksseitige Defuzzifizierung*)
  Bei dieser Variante gilt: $y' = y_1$.

- Variante 3: Wahl des rechten Randpunktes („last of maxima“ oder *lineare rechtsseitige Defuzzifizierung*)
  Hier wird $y' = y_2$ gewählt.

Bei Wahl der MAX-PROD-Inferenz liefern alle drei Varianten den gleichen Wert, wenn die Ergebnis-Fuzzymenge aus überlagerten Dreiecksfunktionen besteht.

In Abbildung 20 sind die Ergebnisse der 3 Varianten an einem Beispiel gezeigt.

Bewertung der Maximum-Methoden:

- Der Rechenaufwand zur Ermittlung des scharfen Ausgangswertes ist gering.

- Der ermittelte Wert ist unabhängig vom Erfüllungsgrad der Regel.

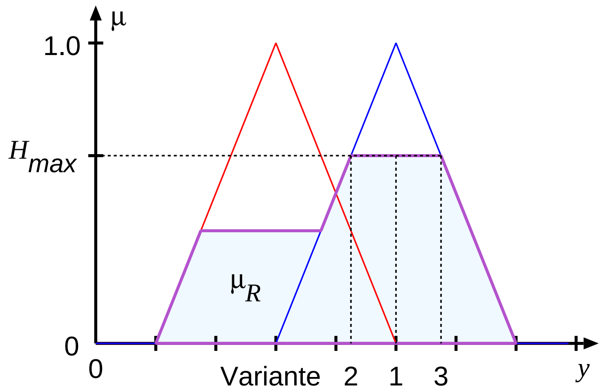

Abbildung 20: Maximum-Methoden

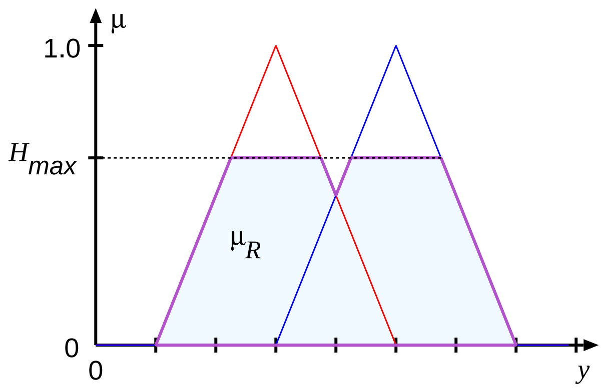

Abbildung 21: Inferenzergebnis bei zwei Regeln mit gleichem maximalen Erfüllungsgrad, aber unterschiedlichen Schlußfolgerungen

- Wie aus Abbildung 21 ersichtlich ist, ist eine Mittelung oder Prioritätsbildung für den Fall vorzusehen, daß mehrere Regeln mit dem gleichen maximalen Erfüllungsgrad (aber unterschiedlichen Schlußfolgerungen) auftreten.

Schwerpunktmethode

Diese Methode („center of gravity“ oder „center of area“) ist im Bereich der Fuzzy-Regelung das gebräuchlichste Defuzzifizierungsverfahren. Hier wird die resultierende Fuzzymenge als ganze betrachtet. Bei der Berechnung des scharfen Ausgangswertes werden mehrere aktive Regeln mit ihren Erfüllungsgraden berücksichtigt.

Der scharfe Ausgangspunkt y' ist der Abszissenwert des Schwerpunktes der Fläche unterhalb der resultierenden Fuzzymenge (siehe Abbildung 22).

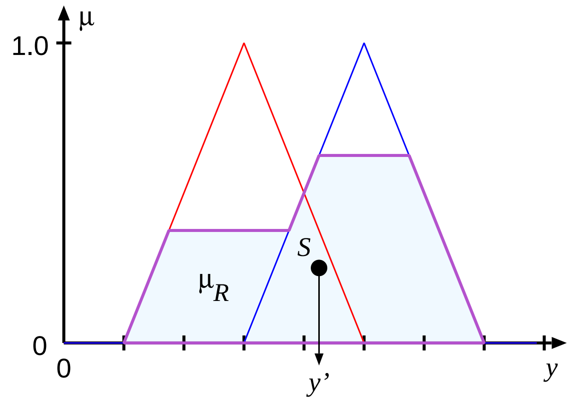

Abbildung 22: Schwerpunktmethode

Der Wert y' ergibt sich als Quotient aus *Moment* und *Fläche* zu

$$y' = \frac{\int y \cdot \mu_{res}(y)\, dy}{\int \mu_{res}(y)\, dy}$$

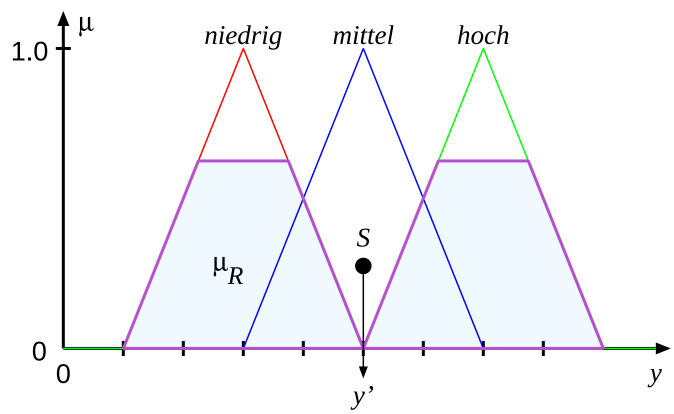

Abbildung 23: Beispiel zur Schwerpunktmethode

Bewertung der Schwerpunktmethode:

- Der Rechenaufwand ist deutlich höher als bei den Maximum-Methoden (numerische Integration auf der Basis diskreter Stützstellen).
- Der scharfe Ausgangswert y' kann einen geringen oder keinen Zugehörigkeitsgrad zur resultierenden Fuzzymenge haben (siehe Abbildung 23). Bei geeigneter Wahl der Regelbasis ist dieser Fall in der Praxis jedoch unwahrscheinlich.
- Der Wertebereich der Größe y wird nicht vollkommen ausgeschöpft. Der durch die Defuzzifizierung maximal erreichbare Wertebereich $[y'_{\min}, y'_{\max}]$ ist nur eine Teilmenge des Wertebereichs $[y_{\min}, y_{\max}]$ der Größe y. Zur Ausschöpfung des Wertebereiches

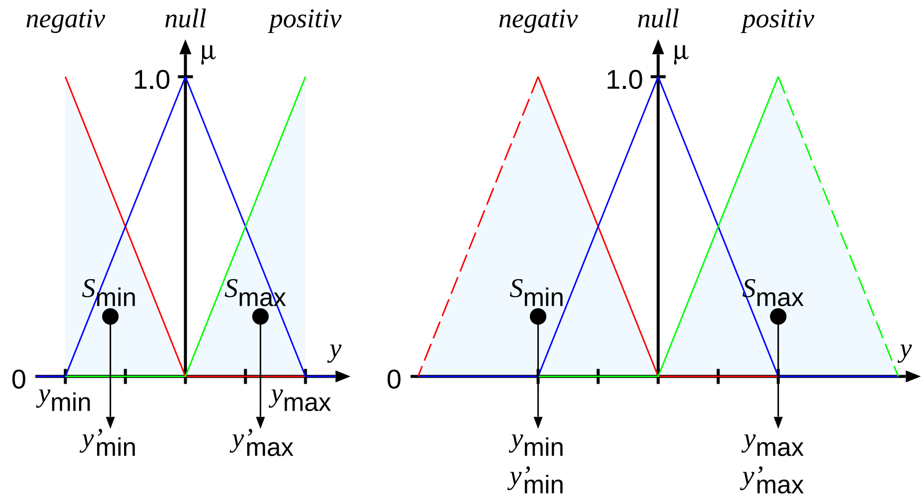

Abbildung 24: Randerweiterte Schwerpunktmethode (rechts) zur vollständigen Ausschöpfung des Wertebereichs der Ausgangsgröße

kann, wie in Abbildung 24 an einem Beispiel gezeigt, eine *Randerweiterung* durchgeführt werden.

Schwerpunktmethode mit SUM-MIN-Inferenz

Basis dieser Methode ist die SUM-MIN-Inferenz. Bei der MAX-MIN-Inferenz können bei der Überlagerung der Ergebnis-Fuzzymengen beliebig komplexe Strukturen entstehen, für die die Berechnung des Schwerpunktes entsprechend aufwendig wird. Nimmt man statt

$$\mu_R(y) = \max_{j=1,\ldots,m} \mu_{B'_j}(y)$$

jedoch

$$\mu_R(y) = \sum_{j=1}^{m} \mu_{B'_j}(y)$$

so ergibt sich für den Abszissenwert des Schwerpunktes

$$\begin{aligned} y' &= \frac{\int y \cdot \mu_R(y)\, dy}{\int \mu_R(y)\, dy} \\ &= \frac{\int y \cdot \sum\limits_{j=1}^{m} \mu_{B'_j}(y)\, dy}{\int \sum\limits_{j=1}^{m} \mu_{B'_j}(y)\, dy} \\ &= \frac{\sum\limits_{j=1}^{m} \int y \cdot \mu_{B'_j}(y)\, dy}{\sum\limits_{j=1}^{m} \int \mu_{B'_j}(y)\, dy} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{m} M_j}{\sum_{j=1}^{m} A_j}$$

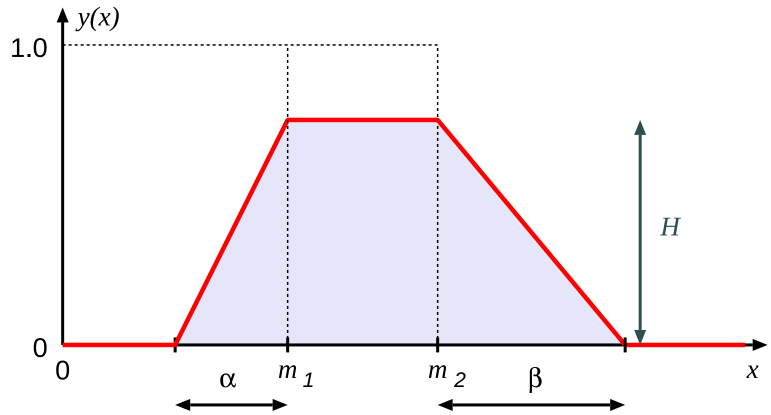

Abbildung 25: Berechnung von Moment und Fläche einer trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktion

Der Wert y' kann also aus den Momenten und Flächen der einzelnen Fuzzymengen berechnet werden. Für die hier verwendeten dreieck- oder trapezförmigen Zugehörigkeitsfunktionen können Moment und Fläche einer abgeschnittenen Fuzzymenge relativ einfach ermittelt werden. Beispielsweise gilt für Moment M und Fläche A einer trapezförmigen Fuzzymenge (siehe Abbildung 25):

$$M = \frac{H}{6}(3m_2^2 - 3m_1^2 + \beta^2 - \alpha^2 + 3m_2\beta + 3m_1\alpha)$$

und

$$A = \frac{H}{2}(2m_2 - 2m_1 + \alpha + \beta).$$

Bewertung der Schwerpunktmethode mit SUM-MIN-Inferenz:

- Durch die beschriebene Vorgehensweise können Zugehörigkeitsgrade zur resultierenden Fuzzymenge entstehen, die größer als Eins sind.
- Der Einfluß mehrerer aktiver Regeln mit gleicher Schlußfolgerung wird verstärkt.
- Der scharfe Ausgangswert ist einfacher zu berechnen als bei der Schwerpunktmethode.

- Berücksichtigt man bei mehreren aktiven Regeln mit gleicher Schlußfolgerung nur diejenige mit dem jeweils höchsten Erfüllungsgrad, so sind die Abweichungen zum Ergebnis der Schwerpunktmethode gering.

Das Verfahren kann analog bei SUM-PROD-Inferenz verwendet werden.

Höhenmethode

Die Höhenmethode setzt die Verwendung von dreieckförmigen Zugehörigkeitsfunktionen voraus. Die Berechnung des scharfen Ausgangswertes erfolgt hier mit Hilfe der Modalwerte der aktiven Regeln und ihrer Zugehörigkeitsgrade zur resultierenden Fuzzymenge. Es gilt

$$y' = \frac{\sum_{j=1}^{m} y_j \cdot H_j}{\sum_{j=1}^{m} H_j}$$

mit den Modalwerten y_j und den Erfüllungsgraden H_j.

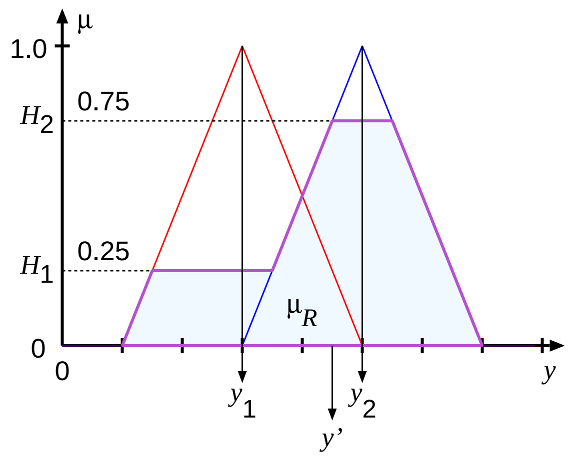

Abbildung 26: Höhenmethode

In Abbildung 26 ist die Vorgehensweise an einem Beispiel veranschaulicht. Es gilt:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{y_1 \cdot H_1 + y_2 \cdot H_2}{H_1 + H_2} \\ &= \frac{3.0 \cdot 0.25 + 5.0 \cdot 0.75}{0.25 + 0.75} \\ &= 4.5 \end{aligned}$$

Bewertung der Höhenmethode:

- Die Höhenmethode ist eine einfache Näherungsmethode für die Schwerpunktmethode mit sehr geringem Rechenaufwand.
- Dreiecks- oder zumindest trapezförmige Zugehörigkeitsfunktionen werden als Basis vorausgesetzt.

Das Verfahren wird häufig dann eingesetzt, wenn Singletons zur Definition der linguistischen Terme der Ausgangsvariablen verwendet werden (Höhenmethode als Schwerpunktverfahren für Singletons).

Ergebnisse der Anwendung verschiedener Defuzzifizierungsverfahren werden nun an einem abschließenden Beispiel gezeigt.

Beispiel 2.17
Eine resultierende Fuzzymenge wie in Abbildung 27 sei gegeben.

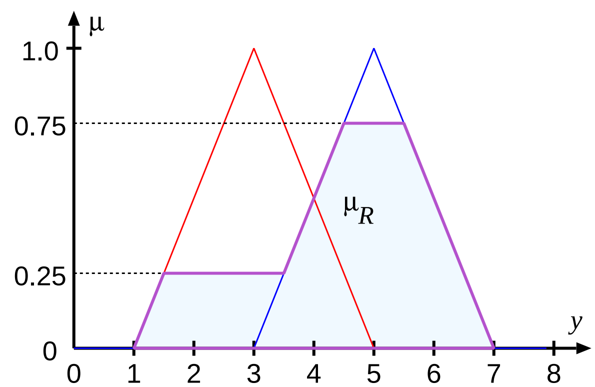

Abbildung 27: Resultierende Fuzzymenge im Beispiel

Die Ergebnisse der einzelnen Defuzzifizierungsverfahren sind in Tabelle 6 aufgelistet.

Methode	**Ausgangswert**
Maximum (Mittelwert)	5.0
Maximum (linker Randwert)	4.5
Maximum (rechter Randwert)	5.5
Schwerpunkt	4.421
Schwerpunkt mit SUM-MIN-Inferenz	4.495
Höhe	4.5

Tabelle 6: Ergebnisse verschiedener Defuzzifizierungsverfahren (Beispiel)

Für regelungstechnische Anwendungen wird üblicherweise die Schwerpunktmethode oder eine Näherung (z.B. Höhenmethode) verwendet. Die Näherungen liefern fast die gleichen Ergebnisse. Aufgrund des geringen Rechenaufwandes ist daher besonders die Höhenmethode für regelungstechnische Anwendungen geeignet.

3 Fuzzy-Regler

In einem Regelkreis bestehen die Reglerein- und Reglerausgangsgrößen aus „scharfen" Werten. Abbildung 28 zeigt den Aufbau eines Fuzzy-Reglers in einem Regelkreis.

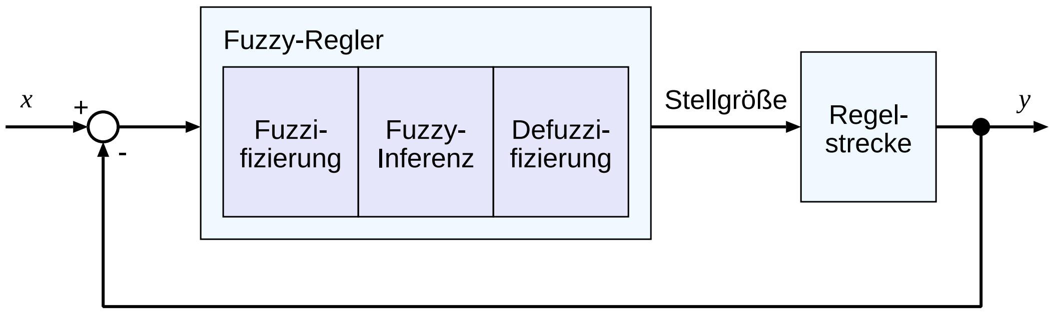

Abbildung 28: Aufbau eines Fuzzy-Reglers

Bei der Fuzzifizierung werden die scharfen Eingangswerte in Zugehörigkeitsgrade bezüglich der linguistischen Terme der entsprechenden Eingangsgrößen überführt. Anschließend wird für die vorliegenden fuzzifizierten Eingangsgrößen die Regelbasis ausgewertet. Die einzelnen Ergebnis-Fuzzymengen werden zur resultierenden Ausgangs-Fuzzymenge überlagert (Inferenzvorgang). Die Defuzzifizierung wandelt die resultierende Ausgangs-Fuzzymenge in einen scharfen Wert für die Stellgröße.

Insgesamt hat man zur Beeinflussung des Übertragungsverhaltens eines Fuzzy-Reglers also folgende Möglichkeiten:

- Auswahl von Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Terme der Eingangsgröße(n) und der Stellgröße (Typ und Parameter),
- Festlegung von Operatoren für die logische UND- bzw. ODER-Verknüpfung der Regel-Teilprämissen,
- Definition der Regelbasis,
- Wahl eines Inferenzmechanismus mit
  - einem Operator für die Fuzzy-Implikation („**Wenn** ... **dann** ... "-Regel),
  - einem Operator für die Überlagerung der einzelnen Ergebnis-Fuzzymengen zur Ausgangs-Fuzzymenge und
- Auswahl eines Defuzzifizierungsverfahrens.

Der beschriebene Fuzzy-Regler kann ein nicht-lineares Übertragungsverhalten aufweisen, er besitzt jedoch kein Ein-/Ausgabeerinnerungsvermögen (d.h., er ist ein statisches System). Möchte man dem Regler ein dynamisches Verhalten geben, so muß die Nachbildung dieses Verhaltens außerhalb des eigentlichen Reglerkerns in einer *Meßwertaufbereitung* geschehen (siehe Abbildung 29). Analog zu dieser Vorgehensweise ist auch eine *Stellgrößen-Nachbearbeitung* möglich.

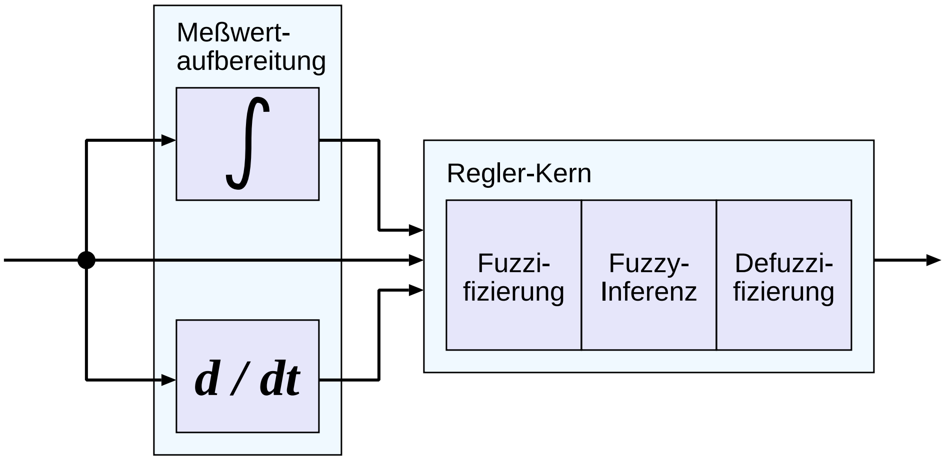

Abbildung 29: Erzeugung einer dynamischen Regelcharakteristik durch eine vorgeschaltete Meßgrößenaufbereitung

Zur Analyse von Fuzzy-Reglern sei an dieser Stelle auf weiterführende Literatur verwiesen (siehe z.B. [Kah95]).

Alternative Möglichkeiten für nichtlineare Regelungsaufgaben ermöglicht der Einsatz Neuronaler Netze. Interessant ist auch die Kombination beider Verfahren in Neuro-Fuzzy-Systemen. Beispielsweise können Zugehörigkeitsfunktionen oder Regeln mit Hilfe von Neuronalen Netzen ermittelt werden. In adaptiven Ansätzen bestimmt ein Neuronales Netz online, d.h. während des Betriebs eines Fuzzy-Reglers, Parameter zur Modifikation der Zugehörigkeitsfunktionen. Auch eine Aufbereitung von Ein- und/oder Ausgangsgrößen eines Fuzzy-Reglers mit Hilfe von Neuronalen Netzen ist möglich.

4 Module für Fuzzy-Regelung oder Fuzzy-Klassifikation in ICONNECT

Fuzzy-Systeme können prinzipiell in drei Teile zerlegt werden (siehe Abschnitt 3). Zum einen werden anhand der Eingangssignale den zuvor definierten linguistischen Termen (Eingangsgrößen) Zugehörigkeitsgrade zugeordnet, was als Fuzzifizierung bezeichnet wird. Anschließend werden die so gewonnenen Zugehörigkeitsgrade mit logischen Operationen wie UND und ODER verknüpft und durch Implikationen den linguistischen Termen der Ausgangsgrößen zugeordnet (Inferenz). Die so erhaltenen Erfüllungsgrade der linguistischen Terme der Ausgangsgrößen müssen zur Erhaltung exakter Ausgangswerte wieder rücktransformiert werden. Dies wird üblicherweise als Defuzzifizierung bezeichnet. Analog zu diesem Schema wurde der Aufbau eines Fuzzy-Systems in ICONNECT in diese drei Teile aufgeteilt.

4.1 Fuzzify

Das Modul Fuzzify (Icon siehe Abbildung 30) dient der Definition der linguistischen Terme einer Eingangsgröße (linguistische Variable) sowie im laufendem Betrieb der Berechnung der Zugehörigkeitsgrade des Eingangssignals zu diesen verschiedenen Termen.

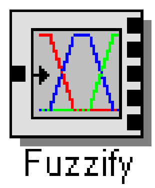

Abbildung 30: Das Modul Fuzzify

Funktionsweise:

Nach Erzeugung des Moduls in ICONNECT müssen zuerst die linguistischen Terme der jeweiligen Eingangsgröße definiert werden. Für die Verarbeitung des Eingangssignals stehen zwei Varianten zur Berechnung der Zugehörigkeitsgrade zur Verfügung. Normalerweise wird aus den eingetragenen linguistischen Termen der exakte Zugehörigkeitsgrad ermittelt. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, eine genäherte Berechnung mit Hilfe einer zuvor erzeugten 'Look-Up'-Tabelle durchzuführen. Normalerweise sollte diese Form der Berechnung eher die Ausnahme sein, kann aber beispielsweise bei Verwendung von Singletons als linguistische Terme hilfreich sein. Die Berechnungsart kann im Parameterdialog eingestellt werden, ebenso die bei der 'Look-Up'-Tabelle verwendete Anzahl an Stützstellen.

Im laufenden Betrieb wird nun das Eingangssignal fuzzifiziert. Zu jedem Eingangswert wird anhand der Zugehörigkeitsfunktion ein Zugehörigkeitsgrad (im Bereich von $[0;1]$) des aktuellen, scharfen Eingangswertes zu dem entsprechenden linguistischen Term errechnet bzw. der in der 'Look-Up'-Tabelle zugehörige Wert wird ausgelesen. Für jeden linguistischen Term wird ein eigener Ausgangsport erzeugt, an dem der Zugehörigkeitsgrad des entsprechenden linguistischen Terms anschließend für die Weiterverarbeitung zur Verfügung steht.

Parameterdialog:

Abbildung 31 zeigt den Parameterdialog des Moduls Fuzzify.

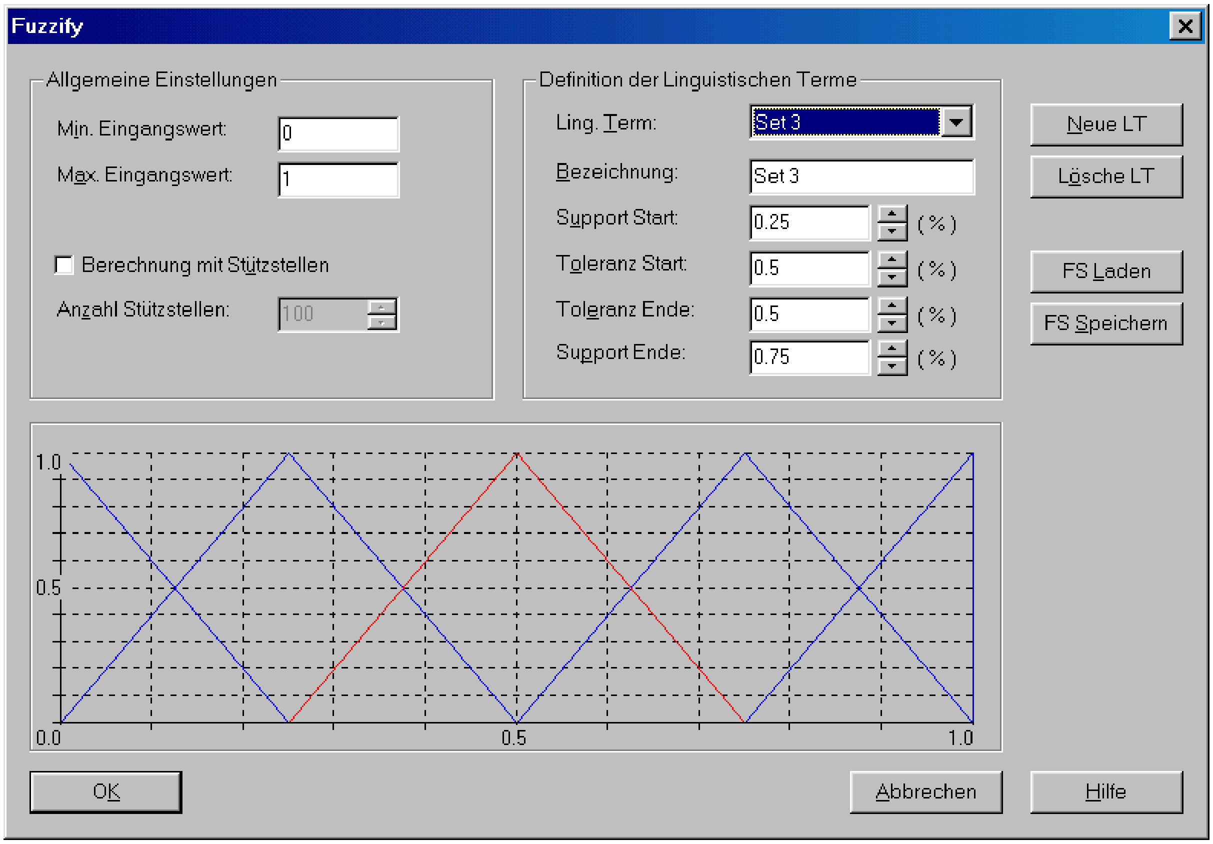

Abbildung 31: Dialog des Moduls Fuzzify

Übersicht der Parameter

- **Minimaler Eingangswert:**
  Minimaler Wert, der bei den Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden soll. Ist der Eingangswert eines Signals unterhalb dieses Minimums, so wird der Zugehörigkeitsgrad zu allen linguistischen Termen auf den Wert 0 gesetzt.

- **Maximaler Eingangswert:**
  Maximaler Wert, der bei den Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden soll. Ist der Eingangswert eines Signals überhalb dieses Maximums, so wird der Zugehörigkeitsgrad zu allen linguistischen Termen auf den Wert 0 gesetzt.

- **Berechnung mit Stützstellen:**
  Wird statt einer exakten Berechnung der Zugehörigkeitsgrade die Generierung einer 'Look Up'-Tabelle gewünscht, muß diese Checkbox aktiviert werden. Für jede

Stützstelle wird dann ein Zugehörigkeitsgrad errechnet und ein Eingangswert fuzzifiziert, indem der Wert einem Abschnitt in der Tabelle zugeordnet und der eingetragene Wert ausgegeben wird. Dies kann z.B. bei Verwendung von Singletons als linguistische Terme hilfreich sein.

- **Anzahl der Stützstellen:**
  Bei einer Berechnung mit Stützstellen werden die Übertragungsfunktionen in 'Look Up'-Tabellen abgelegt, durch die Anzahl der Stützstellen kann die Genauigkeit beeinflußt werden.

- **Linguistische Terme:**
  Mit Hilfe der Auswahlbox kann der zu bearbeitende linguistische Term gewählt werden. Neue linguistische Terme können mit dem Button 'Neuer LT' erzeugt werden, ein bereits vorhandener linguistischer Term kann mit 'Lösche LT' wieder entfernt werden. Die maximale Anzahl der linguistischen Terme ist auf neun beschränkt. Mit den Buttons 'FS Laden' bzw. 'FS Speichern' können komplette Fuzzy-Sets (alle für eine linguistische Variable definierten Terme) in einer externen Datei (**.fs*-Datei) gespeichert bzw. aus einer Datei geladen werden. Diese Datei ist im Klartext gehalten und kann mit beliebigen Text-Editoren gelesen und verändert werden.

Bezeichnung:	Name des linguistischen Terms
Support Start:	Beginn des Anstieges von $0 \rightarrow 1$
Toleranz Start:	Ende des Anstiegs und Beginn des Zugehörigkeitsgrades 1
Toleranz Ende:	Ende des Zugehörigkeitsgrades 1 und Beginn des Abstieges von $1 \rightarrow 0$
Support Ende:	Ende des Abstiegs

Alle Start- und Endwerte werden prozentual auf das angegebene, zulässige Eingangsintervall eingestellt. Die Verteilung der aktuell definierten Terme über das gesamte Eingangsintervall wird graphisch im Dialog dargestellt, der gerade bearbeitete Wert farblich hervorgehoben.

Ein- und Ausgänge:

Am Eingangsport des Moduls werden Blöcke von DOUBLE-Werten erwartet, welche üblicherweise Signale im Zeitbereich darstellen. Das Modul verarbeitet die Eingangsdaten und stellt die Ergebnisse wieder als DOUBLE-Werte an den Ausgängen bereit. Dabei werden wieder Blöcke mit derselben Länge wie im Eingangssignal erzeugt. Die Abtastrate und die Statusinformationen werden vom Eingangssignal übernommen, der Wertebereich des Ausgangssignals wird auf $[0;1]$ festgelegt.

Eingang

Signal In	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	Eingangssignal der Fuzzifizierung

Ausgänge

p Set X	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	Zugehörigkeitsgrad p zum linguistischen Term *Set X*

4.2 FuzzyLogik

Das Modul FuzzyLogik (Icon siehe Abbildung 32) findet Anwendung in den – oft zahlreich vorhandenen – logischen Verknüpfungen in einer Fuzzy-Regelung. Das Modul unterstüzt dabei die beiden Grundverknüpfungen UND und ODER. Darüberhinaus bietet das Modul ein komplexeres und häufig auftretendes Verknüpfungsschema an, welches zwei Eingangssignale anhand einer Matrix verknüpft.

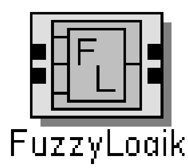

Abbildung 32: Das Modul FuzzyLogik

Funktionsweise:

Wird eine Fuzzy-Regelung anhand der elementaren Verknüpfungen UND bzw. ODER aufgebaut, so muß für jede Operation ein Modul erzeugt werden. Die Anzahl der zu verknüpfenden linguistischen Terme wird im Dialog eingestellt, für jeden Term wird ein eigener Eingang erzeugt. Die UND-Verknüpfung gibt das Minimum aller parallel anliegenden Signale weiter. Im Gegensatz dazu leitet die ODER-Variante das Maximum der Eingangssignale weiter. Am zweiten Ausgangsport liegt immer der negierte Ausgangswert an. Auf diese Art kann einfach ein Negierungsglied erzeugt werden, indem nur ein Eingangssignal gewählt und der Wert des zweiten Ports für die Weiterverarbeitung abgriffen wird.

Abschließend wird durch das Verdrahten der einzelnen FuzzyLogik-Module die Regelbasis des Fuzzy-Systems bestimmt.

Alternativ bietet das Modul auch die Möglichkeit, zwei Eingangssignale anhand einer (teilweise oder vollständig gefüllten) Matrix zu verknüpfen. Dazu wird zuerst die Anzahl der linguistischen Terme der beiden Eingangssignale festgelegt, sowie die Anzahl der möglichen Ausgangsterme. Anschließend wird in dem jeweiligen Matrixfeld (S1/S2) der gewünschte Ausgangsterm eingetragen. Dabei ist ein Feld der Matrix als Regel der Form

WENN *Signal 1 = linguistischer Term*
UND *Signal 2 = linguistischer Term*
DANN *Ausgangswert = linguistischer Term*

zu interpretieren. Typischerweise enthalten mehrere Matrix-Felder eine Verknüpfung mit demselben linguistischen Ausgangsterm. Alle Regeln mit derselben Konklusion werden überlagert, indem das Maximum der scharfen Werte ermittelt wird. Dies entspricht einer ODER-Verknüpfung aller solcher Regeln. Nach Abarbeitung des Moduls stehen an den Ausgängen die Erfüllungsgrade der im Matrixdialog definierten linguistischen Terme nach Auswertung aller solcher Regeln zur Verfügung. Diese Grade können nun noch weiter verknüpft werden, oder direkt an ein anschließendes DeFuzzify-Modul weitergeleitet werden. In diesem Fall werden die an den Ausgängen anliegenden Werte direkt zur ersten Stufe der Inferenz (Beschneidung bzw. Stauchung, siehe Abschnitt 2.2) herangezogen.

Um mehr als zwei Eingangsvariablen über die Matrix zu verknüpfen, können mehrere FuzzyLogik-Module, die alle im Matrix-Modus arbeiten, hintereinander geschaltet werden. So kann beispielsweise eine dreidimensionale Matrix für Verknüpfung von drei linguistischen Eingangsvariablen simuliert werden, indem das erste Modul zwei linguistische Variablen miteinander verknüpft, die dritte Eingangsvariable zusammen mit den Ausgangswerten des ersten Moduls die Eingabe für das zweite FuzzyLogik-Modul bilden. Abbildung 33 gibt einen beispielhaften Aufbau eines entsprechenden Signalgraphen an.

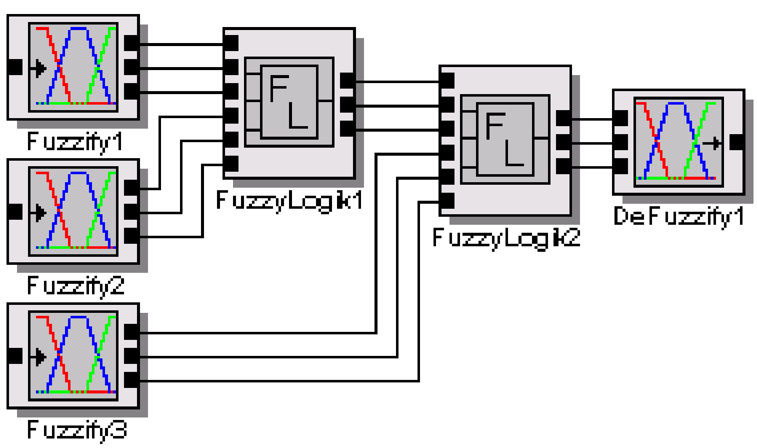

Abbildung 33: Beispielhafte Schaltung von zwei FuzzyLogik-Modulen zur Realisierung einer dreidimensionalen Verknüpfungsmatrix

Parameterdialog:

Abbildung 34 zeigt den Parameterdialog des Moduls FuzzyLogik.

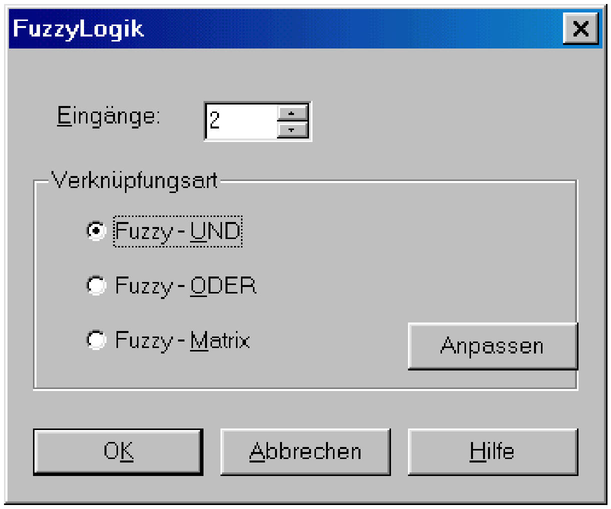

Abbildung 34: Dialog des Moduls FuzzyLogik

Parameter des FuzzyLogik-Dialogs

- **Eingänge**
  Anzahl der linguistischen Terme, die mit UND bzw. ODER verknüpft werden sollen. Für jeden Eingangsterm wird ein eigener Eingangsport erzeugt. Bei der Matrix-Verknüpfung wird die Anzahl der Eingänge von der Matrix bestimmt und muß daher im Matrix-Dialog eingestellt werden.

- **Verknüpfungsart**

Fuzzy-UND:	die Eingangsgrößen (linguistische Terme) werden durch UND verknüpft
Fuzzy-ODER:	die Eingangsgrößen (linguistische Terme) werden durch ODER verknüpft
Matrix:	zwei Eingangssignale (i.d.R. linguistische Variablen mit mehreren linguistischen Termen) werden anhand einer Matrix miteinander verknüpft, welche mit dem Button 'Anpassen' definiert wird

Abbildung 35 zeigt den Parameterdialog zur Definition der Verknüpfungsmatrix.

Übersicht der Parameter des FuzzyLogik-Dialogs zur Matrixdefinition

- **Eingänge Signal 1 bzw. 2:**
  Bestimmt die Anzahl der linguistischen Terme des Eingangssignals 1 bzw. 2.

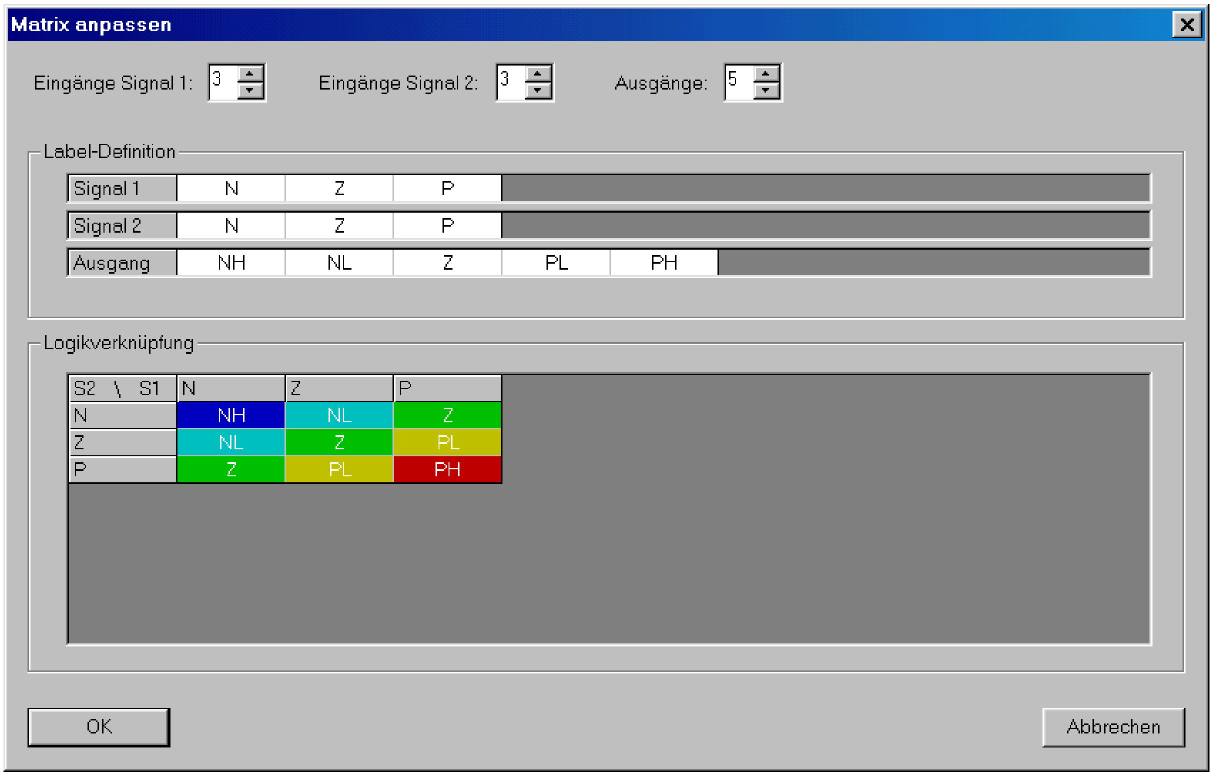

Abbildung 35: Parameterdialog des Moduls FuzzyLogik zur Definition der Matrix

- **Ausgänge:**
  Legt die Anzahl der linguistischen Terme des Ausgangssignals fest.

- **Label-Definitionen:**
  Um einen besseren Überblick über die Matrix zu erhalten, können hier die Beschriftungen der Zeilen und Spalten sowie der Ausgangsterme bestimmt werden. In der Zeile für Signal 1 bzw. 2 werden die Eingangsterme bezeichnet. In der Zeile für den Ausgang werden mögliche linguistische Terme für die Ausgangsports definiert. Zur Änderung der Bezeichner muß nur das jeweilige Feld gewählt und ein Text eingegeben werden.

- **Logik-Verknüpfung:**
  In dieser Tabelle wird der linguistische Ausgangsterm für die jeweilige Kombination der beiden linguistischen Eingangsterme bestimmt. Anhand dieser Regeln werden während der Bearbeitung die Erfüllungsgrade der linguistischen Terme der Ausgangsgröße errechnet. Die Matrix wird folgendermaßen ausgefüllt: Nach Auswahl eines Terms des Ausgangssignals wird mit einem einfachen Mausklick der neue Wert in der Matrix vermerkt. Ein weiterer Mausklick bei gleichem gewählten linuistischen Ausgangsterm löscht das Matrixfeld wieder.

Ein- und Ausgänge:

Die am Eingang anliegenden Blöcke enthalten üblicherweise Zugehörigkeitsgrade, welche von Fuzzify-Modulen errechnet werden. Die Eingangswerte vom Typ DOUBLE liegen im Intervall von $[0;1]$, und werden als Signal im Zeitbereich interpretiert. Da die Abarbeitung punktweise im Block erfolgt, muß darauf geachtet werden, daß die anliegenden Eingangssignale von gleicher Blocklänge sind. Der Ausgangsblock enthält dieselbe Abtastrate und denselben Status wie die Eingangsblöcke.

<u>Eingänge</u>

Signal In	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	Eingangssignale für die Verknüpfung

<u>Ausgänge</u>

p Set X	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	Zugehörigkeitsgrad p der Verknüpfung bzw. des linguistischen Terms der Ausgangsgröße *Set X*

4.3 DeFuzzify

Das Modul DeFuzzify (Icon siehe Abildung 36) wird zur Ermittlung eines scharfen Ausgangswertes benötigt. Dabei wird zunächst anhand der anliegenden Erfüllungsgrade für die jeweiligen im Modul definierten linguistischen Terme eine Konklusions-Fuzzymenge für den Ausgangswert erstellt. Hierfür bietet das Modul verschiedene Inferenzmechanismen an, möglich sind MAX-MIN, MAX-PROD, SUM-MIN und SUM-PROD. Abschließend wird der scharfe Ausgangswert anhand der erzeugten Fuzzymenge ermittelt. Dies stellt die eigentliche Defuzzifizerung im üblichen Sinne dar. Mögliche Berechnungsvarianten sind hierbei Maximumsbestimmung (linkes oder rechtes Maximum, mittleres Maximum) sowie die häufig verwendete Schwerpunktsfindung. Durch die diskretisierte Berechnung der Konklusions-Fuzzymenge wird hierbei die Höhenmethode benutzt.

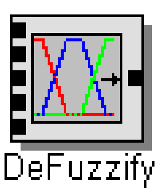

Abbildung 36: Das Modul DeFuzzify

Funktionsweise:

Zuerst müssen im Dialog des Moduls die linguistischen Terme der betrachteten Ausgangsgröße definiert werden und es muß eine Inferenzart ausgewählt werden. Die Zugehörigkeitsfunktionen werden diskretisiert in 'Look Up'-Tabellen abgelegt. Mögliche Inferenzvarianten sind MAX-MIN, MAX-PROD, SUM-MIN und SUM-PROD. Bei MAX-MIN und SUM-MIN werden die Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Terme mit dem anliegenden Eingangswert (Erfüllungsgrad) beschnitten, also punktweise das Minimum von Eingangswert und in der 'Look Up'-Tabelle abgelegtem Wert erzeugt. Wird MAX-PROD oder SUM-PROD gewählt, so werden die Zugehörigkeitsfunktionen mit dem anliegenden Eingangswert gestaucht, also punktweise die in der 'Look Up'-Tabelle abgelegten Werte mit dem Eingangswert multipliziert.

Alle so gewonnenen Konklusions-Fuzzymengen der linguistischen Terme werden anschließend miteinander zu einer einzigen Fuzzymenge für den Ausgangswert überlagert. Die Art der Überlagerung hängt dabei wieder von dem gewählten Inferenzmechanismus ab. Bei MAX-MIN und MAX-PROD werden alle Kurven punktweise miteinander verglichen und das absolute Maximum in die resultierende Fuzzymenge übernommen. SUM-MIN und SUM-PROD hingegen summieren punktweise die Erfüllungsgrade der Fuzzymengen auf, was manchmal zu Werten größer als Eins führen kann. Dies ist allerdings für die anschließende Defuzzifizierung nicht weiter problematisch.

Für die Defuzzifizierung werden drei Maximumsfunktionen sowie eine Schwerpunktsfindung angeboten. Wird eine Maximumsfunktion gewählt, so wird in der von der Inferenz erzeugten Fuzzymenge das erste auftretende Maximum (linkes Maximum) gesucht. Analog dazu kann auch das letzte auftretende Maximum (rechtes Maximum) oder der Mittelwert zwischen linkem und rechtem Maximum bestimmt werden. Als Ausgangswert wird nun der Abszissenwert des so gefunden Maximums ausgegeben. Alternativ zu den Maximumsmethoden kann auch der Schwerpunkt der erzeugten Zugehörigkeitsfunktion bestimmt werden, der zugehörige Abszissenwert wird wiederum als Ausgangswert ausgegeben. Der Schwerpunkt auf der diskretisierten Fuzzymenge wird dabei mit der Höhenmethode bestimmt.

Parameterdialog:

Abbildung 37 zeigt den Parameterdialog des Moduls DeFuzzify.

Übersicht der Parameter

- **Minimaler Ausgangswert:**
  Minimaler Wert, der als scharfe Ausgangsgröße erzeugt wird.

- **Maximaler Ausgangswert:**
  Maximaler Wert, der als scharfe Ausgangsgröße erzeugt wird.

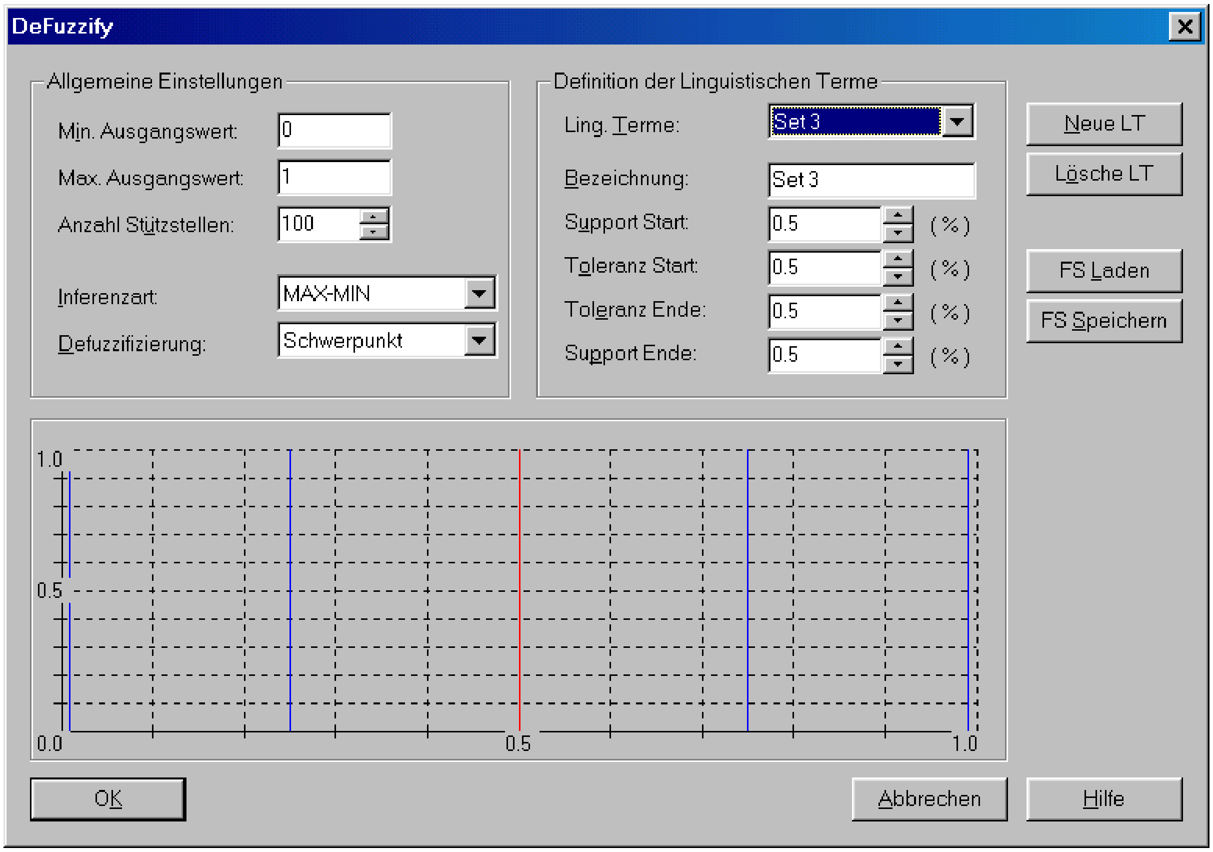

Abbildung 37: Dialog des Moduls DeFuzzify

- **Anzahl der Stützstellen:**
  Die Zugehörigkeitsfunktionen werden diskretisiert und in 'Look Up'-Tabellen abgelegt, Inferenz und Defuzzifizierung werden anschließend auf diesen Tabellen durchgeführt. Durch die Anzahl der Stützstellen kann die Genauigkeit der Berechnung auf Kosten der CPU-Zeit beeinflußt werden.

- **Inferenzart:**

MAX-MIN:	Die Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsvariablen werden mit den anliegenden Erfüllungsgraden beschnitten, alle so erzeugten Funktionen werden mit der Maximums-Regel kombiniert.
MAX-PROD:	Die Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsvariablen werden mit den anliegenden Erfüllungsgraden gestaucht, alle so erzeugten Funktionen werden mit der Maximums-Regel kombiniert.
SUM-MIN:	Die Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsvariablen werden mit den Erfüllungsgraden beschnitten, alle so erzeugten Funktionen werden mit der Summations-Regel kombiniert.
SUM-PROD:	Die Zugehörigkeitsfunktionen der Ausgangsvariablen werden mit den Erfüllungsgraden gestaucht, alle so erzeugten

Funktionen werden mit der Summations-Regel kombiniert.

- **Defuzzifizierung:**

linkes Maximum:	Das erste auftretende (linke) Maximum der bei der Inferenz entstandenen Fuzzymenge wird gesucht, der zugehörige Wert am Ausgang angelegt.
mittleres Maximum:	Das mittlere auftretende Maximum der bei der Inferenz entstandenen Fuzzymenge wird gesucht, der zugehörige Wert am Ausgang angelegt.
rechtes Maximum:	Das letzte auftretende (rechte) Maximum der bei der Inferenz entstandenen Fuzzymenge wird gesucht, der zugehörige Wert am Ausgang angelegt.
Schwerpunkt:	Der zum Schwerpunkt gehörende Wert der bei der Inferenz entstandenen Fuzzymenge wird am Ausgang bereitgestellt.

- **Linguistische Variablen:**
  Mit Hilfe der Auswahlbox kann der zu bearbeitende linguistische Term gewählt werden. Neue linguistische Terme können mit dem Button 'Neuer LT' erzeugt werden, ein bereits vorhandener linguistischer Term kann mit 'Lösche LT' wieder entfernt werden. Die maximale Anzahl der linguistischen Terme ist auf neun beschränkt. Mit den Buttons 'FS Laden' bzw. 'FS Speichern' können komplette Fuzzy-Sets (alle für eine linguistische Variable definierten Terme) in einer externen Datei gespeichert bzw. aus einer Datei geladen werden. Diese Datei (Endung *.fs*) ist im Klartext gehalten und kann daher mit beliebigen Text-Editoren verändert werden. Fuzzy-Sets des Moduls Fuzzify und des Moduls DeFuzzify sind zueinander kompatibel.

Bezeichnung:	Name des linguistischen Terms
Support Start:	Beginn des Anstieges von $0 \rightarrow 1$
Toleranz Start:	Ende des Anstiegs und Beginn des Zugehörigkeitsgrades 1
Toleranz Ende:	Ende des Zugehörigkeitsgrades 1 und Beginn des Abstieges von $1 \rightarrow 0$
Support Ende:	Ende des Abstiegs

  Alle Start- und Endwerte sind prozentuale Angaben bezüglich des vorgegebenen zulässigen Intervalls der Ausgangsgröße. Die aktuelle Verteilung der linguistischen Terme über das Ausgangsintervall wird im Dialog graphisch dargestellt, der gerade bearbeitete Wert wird farblich hervorgehoben.

Ein- und Ausgänge:

Die Erfüllungsgrade werden dem Modul blockweise für jeden linguistischen Term über den entsprechenden Eingang zugeführt. Die Eingangswerte stammen üblicherweise von

FuzzyLogik- oder direkt von Fuzzify-Modulen, enthalten Werte im Bereich von $[0; 1]$ und werden als Zeitbereichssignale interpretiert. Alle anliegenden Blöcke müssen gleich viele Werte enthalten und mit der gleichen Abtastrate erstellt sein. Als Ausgangssignal wird ein Block erzeugt, welcher die gleiche Länge wie die Eingangsblöcke besitzt, Abtastrate und Statusinformationen werden vom Eingangssignal übernommen. Der Wertebereich des Ausgangssignals wird durch die Dialogeinstellungen für minimalen und maximalen Ausgangswert bestimmt.

Eingänge

Set X	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	Erfüllungsgrade der linguistischen Terme der Ausgangsgröße

Ausgänge

Signal Out	TYPEINFO {TypeInfo} DOUBLE[ ] {TIME_DOMAIN}	scharfer Ausgangswert der Ausgangsgröße

Literatur

[ABA00] Aliev, R.; Bonfig, K. W.; Aliew, F.: *Soft Computing – Eine grundlegende Einführung*; Verlag Technik, Berlin, 2000

[Kah95] Kahlert, J.: *Fuzzy Control für Ingenieure – Analyse, Synthese und Optimierung von Fuzzy-Regelungssystemen*; Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig, Wiesbaden, 1995

[MSF97] Mann, H.; Schiffelgen, H.; Froriep, R.: *Regelungstechnik – Analoge und digitale Regelung, Fuzzy-Regler, Regler-Realisierung, Software*; Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1997; 7. Aufl.

[NKK96] Nauck, D.; Klawonn, F.; Kruse, R.: *Neuronale Netze und Fuzzy-Systeme*; Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, Braunschweig, Wiesbaden, 1996; 2. Aufl.

[SBF+98a] Sicheneder, A.; Bender, A.; Fuchs, E.; Mandl, R.; Mendler, M.; Sick, B.: *Tool-supported Software Design and Program Execution for Signal Processing Applications Using Modular Software Components*; in: *Proceedings of the International Workshop on Software Tools for Technology Transfer (STTT '98),* Aalborg (Hg. Margaria, T.; Steffen, B.); 1998; S. 61 – 70; (BRICS Notes Series NS-98-4)

[SBF+98b] Sicheneder, A.; Bender, A.; Fuchs, E.; Mandl, R.; Sick, B.: *A Framework for the Graphical Specification and Execution of Complex Signal Processing Applications*; in: *Proceedings of the 1998 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '98),* Seattle; 1998; Bd. 3; S. 1757 – 1760